

Gina Bibian

Moreno Henao



**Las técnicas de papiroflexia
como herramientas didácticas
para la enseñanza de la geometría
en grado 6.º de la IEDIP**



Instituto Latinoamericano de Altos Estudios

Las técnicas de papiroflexia
como herramientas
didácticas para la
enseñanza de la geometría
en grado 6.º de la IEDIP

Las técnicas de papiroflexia
como herramientas
didácticas para la
enseñanza de la geometría
en grado 6.º de la IEDIP

Gina Bibian Moreno Henao

Queda prohibida la reproducción por cualquier medio físico o digital de toda o un aparte de esta obra sin permiso expreso del Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–.

Esta publicación se circunscribe dentro de la línea de investigación Sistemas Sociales y Acciones Sociales del ILAE registrada en Colciencias dentro del proyecto Educación, equidad y políticas públicas.

Publicación sometida a evaluación de pares académicos (*Peer Review Double Blinded*).

Esta publicación está bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento - NoComercial - SinObraDerivada 3.0 Unported License.



ISBN: 978-958-8492-68-1

© GINA BIBIAN MORENO HENAO, 2015
© Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–, 2015
Derechos patrimoniales exclusivos de publicación y distribución de la obra
Cra. 18 # 39A-46, Teusquillo, Bogotá, Colombia
PBX: (571) 232-3705, FAX (571) 323 2181
www.ilae.edu.co

Diseño de carátula y composición: HAROLD RODRÍGUEZ ALBA
Edición electrónica: Editorial Milla Ltda. (571) 702 1144
editorialmilla@telmex.net.co

Editado en Colombia
Edited in Colombia

CONTENIDO

RESUMEN	9
INTRODUCCIÓN	11
CAPÍTULO PRIMERO	
LA PERSPECTIVA CURRICULAR	17
CAPÍTULO SEGUNDO	
MARCO TEÓRICO	25
I. La noción de espacio	25
II. Los niveles crecientes de desarrollo mental en geometría	27
III. La papiroflexia, materiales y criterios	31
CAPÍTULO TERCERO	
DISEÑO, PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS	37
I. El entorno de investigación	37
A. Entrevista exploratoria a grupo focal	37
B. La evidencia del problema planteado	39
II. El procedimiento de investigación	42
A. Etapa 0: Validación del instrumento test	42
B. Etapa 1: aplicación del pre-test	44
C. Etapa 2: Intervención didáctica	47
1. Taller introductorio	47
2. Taller 1: Polígonos y bidimensionales	52
3. Taller 2: Sólidos y tridimensionales	56
D. Etapa 3: Aplicación del pos-test	62
E. Etapa 4: Intervención didáctica	64

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

CAPÍTULO CUARTO	
RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	65
CONCLUSIONES	71
I. Alcances y limitaciones	73
II. Aportes de la investigación	74
BIBLIOGRAFÍA	75
ANEXOS	77

RESUMEN

La investigación tiene como objetivo general, identificar el apoyo didáctico que brindan las técnicas de papiroflexia a los docentes de grado sexto, dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje para el alcance de las competencias exigidas en el área matemática de la geometría-métrica a nivel de las Pruebas Saber, en Colombia.

Como objetivos específicos, se busca determinar los referentes curriculares, así como los recursos didácticos aportados por las técnicas de papiroflexia a involucrar en la estrategia pedagógica para la enseñanza de la geometría y aplicar experimentalmente las técnicas didácticas de papiroflexia para la enseñanza del currículo vigente en el área de Geometría-métrica; y, evaluar la hipótesis de diferencias significativas en grupos homogéneos como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia.

La hipótesis de investigación afirma que existen diferencias significativas en la evaluación de conocimientos en geometría-métrica entre grupos homogéneos y como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia.

El diseño metodológico se basa en un estudio de caso de dos grupos escolares pertenecientes a la Institución Educativa Distrital Ismael Perdomo, grado 6.º, en la ciudad de Bogotá, D.C., bajo un enfoque cuantitativo con un diseño metodológico de comparación de grupos control y experimental, utilizando como instrumento metodológico una prueba de conocimientos con base en test de preguntas cerradas validado por expertos dentro de la misma institución, su aplicación posterior a manera de pre-test, la intervención pedagógica con talleres diseñados con base en técnicas de papiroflexia en la enseñanza de las premisas curriculares de geometría-métrica, la aplicación de un pos-test y evaluación de la hipótesis de existencia de diferencias significativas entre pre-test y pos-test, así como entre los grupos experimental y de control.

El procedimiento de análisis de los datos y/u otra información reunida, se realizó mediante proporciones y gráficos de estadística descriptiva y la prueba de hipótesis mediante pruebas de estadística analítica, para confirmación de posibles diferencias significativas entre los grupos de muestra.

Los resultados muestran que la hipótesis se confirma en términos absolutos, con diferencias significativas del grupo experimental sobre el grupo control, mediante la intervención pedagógica con el uso de actividades didácticas basadas en técnicas de papiroflexia.

INTRODUCCIÓN

A través del pasar de los años la geometría ha sido desplazada un poco de los contenidos a estudiar en el ámbito educativo. Es por esto que el Ministerio de Educación Nacional –MEN–, en Colombia, dentro de los nuevos estándares de calidad rescata el estudio de la geometría como un aspecto importante del currículo en la formación y su aplicación práctica posterior.

Pero, en la realidad este aspecto de la mejora de la enseñanza de la geometría no se evidencia, por lo menos prontamente. Resulta usual que los docentes dediquen todo su año lectivo a enseñar contenidos referentes a la matemática, siguiendo el programa establecido, dejando usualmente los temas de la geometría para el final. Al no alcanzarse a cumplir el programa matemático, los contenidos de la geometría queda relegados a un segundo plano. Lo preocupante de la situación es que en las pruebas Saber a nivel nacional, cuyo propósito es “contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana mediante la realización de medidas periódicas del desarrollo de competencias de los estudiantes de educación básica, como indicador de calidad del sistema educativo”¹, se evalúan dichos conocimientos con la expectativa de que en realidad los estudiantes los manejan, no siendo así en una gran proporción de los estudiantes.

Para ilustrar parte de este problema, en el cuadernillo de prueba de Matemáticas se puede observar cómo de 48 preguntas, 21 de ellas tiene componente geométrico². Lo cual significaría fácilmente que un 41,67% de la nota evaluatoria depende de una temática que se deja, en la práctica, para el final del período lectivo y usualmente se cumple mal

1 MEN. Pruebas Saber; 2012. En línea: [www.mineduacion.gov.co/1621/w3-article-244735.html].

2 MEN. *ICFES Mejor saber, aplicación mayo, matemática 1, grado 5.º*, 2009, pp. 27 y 28.

o regularmente. Esto se repite en la segunda prueba del mismo año lectivo³. En la prueba del 2002, esta proporción era aún mayor con un 48%, pues 12 de 25 preguntas tenían componente geométrico⁴.

Otra dificultad que no ha permitido que dicha área del conocimiento se imparta con la dedicación que se requiere. Mucho más con referencia a su peso específico en las pruebas mencionadas, es que la intensidad horaria para impartir matemáticas ha sido reducida en la medida que se ha incrementado en otras áreas, o en los énfasis que debe tener la educación media. El área de matemáticas cuenta actualmente con un máximo de cuatro horas de sexto a noveno y tres en décimo y once, tanto en el país como en la Institución Educativa Distrital Ismael Perdomo, ámbito de la presente investigación.

Otro factor causal del problema planteado radica en que gran parte de los docentes no han recibido una educación profesional clara en geometría y mucho menos en los aspectos que se deben enseñar en la básica primaria, como tampoco en básica secundaria y media. Por lo tanto el docente suprime la educación espacial a sus estudiantes, inhibiendo la posibilidad de desarrollar su creatividad y sus procesos de sistematización mental. Sumado a esto el Estado asume que los contenidos trazados se cumplen y que su evaluación en las pruebas Saber dan resultados desalentadores para estudiantes e instituciones educativas debido a factores desconocidos.

Pocos son los docentes que se han instruido sobre las diversas estrategias didácticas que en la actualidad existen para la enseñanza del componente espacial de la geometría, como son la papiroflexia, el tangram, los teselados, el origami, la informática y la tecnología, entre otras técnicas y herramientas, que harían su proceso de enseñanza y aprendizaje mucho más fácil y atractivo tanto para estudiantes como para los mismos docentes. Resulta así indispensable que se reconozca la importancia del componente geométrico en el área matemática con innovaciones didácticas que permitan del desarrollo de las competencias exigidas en los subtemas geométrico-métrico dentro del contexto educativo.

El estudio de la geometría aporta al estudiante habilidades como pensar matemáticamente, argumentar respuestas, representar soluciones, utilización correcta de técnicas e instrumentos matemáticos.

3 MEN. ICFES *Mejor saber, aplicación octubre, matemática 2, grado 5.º*, 2009, pp. 27 y 28.

4 MEN. ICFES *Mejor saber, aplicación matemática grado 5º*, 2002, p. 14.

Desde comienzo del presente milenio, en Colombia el MEN concebía una

propuesta de Renovación Curricular en este proceso enfatizando la geometría activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio.

La crítica en ese momento era dirigida

a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos⁵.

El documento curricular mencionado, al tratar el tema de “cuerpos, superficies y líneas” expresaba que “al pasar las manos por las caras o superficies de objetos, muebles y paredes se aprecia más que con cualquier definición la diferencia entre cuerpos y superficies, y entre superficies planas y curvas. La interrupción del movimiento prepara el concepto de superficie como frontera de un cuerpo, y el movimiento de la mano prepara el concepto de plano, el de región y el de área”⁶, lo cual describe con claridad una referencia al trabajo físico de contacto con figuras geométricas que represente el espacio por conocer, medir y analizar, por parte del estudiante.

TOSHIO SAWADA en 1999 resumió el problema de la declinante atención al componente geométrico en la enseñanza así:

De acuerdo con los datos internacionales, hay buenas oportunidades en la enseñanza de la aritmética, álgebra y medidas pero no en geometría, probabilidad y estadística. Además, en álgebra, como más oportunidades da un país a los estudiantes mejores son los resultados de los estudiantes, pero en geometría parece no haber relación entre oportunidad de aprender y resultados. Parece que todos los países/sistemas están confundidos sobre los contenidos y el método de la enseñanza de la geometría⁷.

5 MEN. *Serie lineamientos curriculares*, documento pdf, 1998, p. 37.

6 *Ibíd.*, p. 38.

7 TOSHIO SAWADA, citado por CLAUDI ELSINA. *Geometría y realidad*, Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, p. 2.

Es así como el problema de investigación se formuló de la siguiente manera: ¿Al utilizar el recurso didáctico de la papiroflexia se habrá de mejorar el rendimiento obtenido por los estudiantes en geometría-métrica en grado 6.º de educación básica?

De acuerdo con lo expuesto, la presente investigación tiene como objetivo general, identificar el mejoramiento de resultados que brindan las técnicas didácticas basadas en papiroflexia a los estudiantes de grado sexto, dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje para el alcance de las competencias exigidas en el área matemática de la geometría-métrica a nivel de las pruebas nacionales Saber.

Como objetivos específicos, el proceso de investigación busca reseñar la postura teórica predominante en lo curricular, pedagógico y didáctico frente a la enseñanza de la geometría en el grado sexto; determinar los recursos didácticos aportados por las técnicas de papiroflexia a involucrar en la estrategia pedagógica para la enseñanza de la geometría en grado 6.º; aplicar la aplicación experimental de técnicas didácticas de papiroflexia para la enseñanza del currículo vigente en el área de geometría-métrica; y, evaluar la hipótesis de diferencias significativas en grupos homogéneos como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia.

La hipótesis de investigación afirma que existen diferencias significativas en la evaluación de conocimientos en geometría-métrica entre grupos homogéneos y como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia. De esta manera, la variable experimental es el grado de mejora en el rendimiento obtenido por los grupos analizados con base en la intervención mediando la aplicación de didácticas de papiroflexia.

Para cumplimiento de los objetivos previstos y validación de la hipótesis planteada, el diseño metodológico para la presente investigación se basa en un estudio de caso de dos grupos escolares pertenecientes a la Institución Educativa Distrital Ismael Perdomo, grado 6.º, en la ciudad de Bogotá, D. C., bajo un enfoque cuantitativo con un diseño metodológico de comparación de grupos control y experimental. Para ello se utilizó como instrumento metodológico una prueba de conocimientos con base en test de preguntas cerradas (anexo 1). El procedimiento se cumplió en cuatro etapas:

- *Etapa 0:* Validación del instrumento diseñado con base en el criterio de cinco (5) expertos docentes pertenecientes a la IEIP.
- *Etapa 1:* Aplicación de pre-test de conocimientos en geometría a un grupo experimental y un grupo control.
- *Etapa 2:* Intervención pedagógica mediante talleres en los cuales se aplicaron técnicas de papiroflexia en la enseñanza de las premisas curriculares de geometría-métrica, para que el estudiante alcance competencias manifiestas en la manipulación, imaginación, poder de asociación, construcción, identificación de propiedades, relación de figuras geométricas, generalización y capacidad de abstracción lográndose por parte del profesor un alto nivel de identidad didáctica para la enseñanza de la geometría en este grado de formación de los estudiantes.
- *Etapa 3:* Aplicación de un pos-test en los dos grupos de muestra con el fin de identificar los conocimientos alcanzados luego de la implementación de la etapa de intervención pedagógica.
- *Etapa 4:* Evaluación de la existencia de diferencias significativas en los resultados pre-test y pos-test entre los grupos experimental y de control.

El procedimiento de análisis de los datos y/u otra información reunida, se realizó mediante proporciones y gráficos de estadística descriptiva y la prueba de hipótesis mediante pruebas de estadística analítica, para confirmación de posibles diferencias significativas entre los grupos de muestra.

Los resultados muestran que la hipótesis se confirma en términos absolutos, con diferencias significativas entre grupos homogéneos de control y experimental, mediante la intervención pedagógica con el uso de actividades didácticas basadas en técnicas de papiroflexia.

CAPÍTULO PRIMERO

LA PERSPECTIVA CURRICULAR

De acuerdo con la Ley General de Educación, en Colombia el currículo es

el conjunto de criterios, planes de estudios, programas, metodología, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional”⁸.

En términos amplios esta es la forma y objetivos que el plan de grados educativos conforma de una manera estructural.

Sin embargo, como bien lo expresa GOYES con referencia a la enseñanza en ciertas áreas de humanidades, a pesar de ello la noción de currículo no ha sido muy afortunada ni en su valoración ni en su interpretación y debido quizá a la ausencia de espacios de reflexión histórico-curricular, se han creado nociones tergiversadas o superficiales sobre el término. Una de las más frecuentes es aquella que reduce el currículo a un plan de estudios, dejando de lado “la filosofía, la metodología, la estructura, los programas, los aspectos administrativos y operativos, los sujetos y los procedimientos de los centros escolares”⁹. En este sentido, la ley general ya mencionada intenta abordar de manera más holística, aunque muy recientemente, la cuestión curricular.

No obstante, de manera esencial, en la práctica cada país, e incluso, cada institución educativa en acuerdo a los lineamientos nacionales,

8 Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la Ley General de Educación, artículo 76.

9 ISABEL GOYES. *La enseñanza... en Colombia 1886-1980*, San Juan de Pasto, Universidad de Nariño, 2010, p. 184.

tienen un enfoque curricular práctico. En este sentido, LAWRENCE STENHOUSE partía de una idea curricular fundamental que es la aplicación de la investigación en la acción, pues para este pedagogo la teoría y práctica deben de aparecer unidas de manera que “todo profesor debería actuar como investigador para ser capaz de crear su propio currículo”¹⁰. Este es el marco general del presente proyecto bajo el cual la autora pretende, dados los elementos analíticos aportados a través de entrevista por los sujetos determinantes en la actividad de la Institución Educativa Ismael Perdomo –IEIP–, que son sus docentes y coordinadoras, los criterios valorativos que le permiten a través de un procedimiento de investigación aplicada aportar metodología conducente a la mejora de los procedimientos escolares de enseñanza y aprendizaje y en seguimiento de lo que según el mismo STENHOUSE expresa respecto a que los profesores deben tener un papel activo en la investigación de la enseñanza, que conduce a elementos y criterios apropiados, pues la clave del éxito de la educación es la elaboración de un currículo, de lo que considera un proceso, un conocimiento que tiene una estructura que incluye procedimientos, conceptos y criterios. De esta manera, expone su modelo curricular basado en el proceso que supone poner en relación tres elementos: 1. Respeto a la naturaleza del conocimiento; 2. Metodología y, 3. Consideración del proceso de aprendizaje¹¹.

Es decir, que el currículo es la herramienta que condiciona el ejercicio de tal experimento en que el profesor se convierte en un investigador en el aula de su propia experiencia de enseñanza, con un proceso de investigación y de desarrollo profesoral, bajo una perspectiva que hace patente la interconexión entre teoría-pensamiento del profesor-acción. En esta interrelación el profesor debería ser autónomo y libre, mantener claros propósitos y estar siempre guiado por el conocimiento, en una práctica conocida como investigación-acción. Esta investigación es el potencial del educando, la preocupación del mismo, su colaboración y el perfeccionamiento de su potencial, mientras que la acción es la actividad realizada en acuerdo con lo teórico para desarrollar el potencial del educando.

10 LAWRENCE STENHOUSE. *La investigación como base de la enseñanza*, 5.ª ed., Madrid, Morata, 1987.

11 LAWRENCE STENHOUSE. *Investigación y desarrollo del currículum*, 4.ª ed., Madrid, Morata, 2007, p. 29.

Es así como un currículo es una tentativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma tal que permanezca abierto a una discusión crítica y pueda ser trasladado efectivamente a la práctica, lo que permite reiterar que un currículo debe estar basado en la praxis pues “el currículum es un intento de comunicar los principios esenciales de una propuesta educativa de tal forma que quede abierto al escrutinio crítico y pueda ser traducida efectivamente a la práctica”¹².

El currículo, ya en su forma práctica de planeamiento tiene las siguientes características, según MIGUEL ÁNGEL ZABALZA. Está centrado en la escuela (financiamiento y sostenimiento), conectado a los recursos del medio ambiente (utilizando todos los recursos de su zona con influencia social), es consensuado (de colaboración entre los diferentes estamentos: padres, profesores, directivas, etc.), tiene incidencia directa e indirecta en todo el abanico de la experiencia de los alumnos (con oportunidades de formación que compatibilizan lo escolar y extraescolar, lo cognitivo y lo afectivo, lo social y lo institucional) y, finalmente, es clarificador para profesores, padres, alumnos, etc.¹³.

Con esta mira, se llega a un tipo de estructuración que es la formación curricular por ciclos, basado en la impronta que se concibe como la intención pedagógica de formación y la identidad del ciclo, la cual responde a las demandas de aprendizaje de los niños, niñas y jóvenes y las necesidades educativas de la sociedad, que son los fines últimos de la educación¹⁴. En Colombia, la Secretaría de Educación del Distrito, –SED–, en la capital, traduce el significado de la impronta como el de la propuesta de desarrollo del ciclo la cual orienta el ¿para qué enseñar? el ¿qué enseñar? y el ¿cómo enseñar? En el diseño curricular la impronta de cada ciclo se convierte en los objetivos de aprendizaje y de enseñanza, basados en la experiencia profesoral que hace de esta el referente para establecer la pertinencia de los modelos pedagógicos y la práctica, pues surge a partir de la caracterización que cada plantel

12 Ídem.

13 MIGUEL ÁNGEL ZABALZA. *Diseño y desarrollo curricular*, Madrid, Narce Ediciones, 2009, pp. 35 y 36.

14 SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO. “La estructura de los ciclos”, en *Documento pertinencia y pertenencia del currículo para la reorganización de la enseñanza por ciclos*, Bogotá, Equipo de Calidad de San Cristóbal, Secretaría de Educación, 2012, p. 9.

educativo realiza de los niños, niñas y jóvenes, y tiene relación directa con el horizonte institucional de su proyecto educativo¹⁵.

La SED, ha caracterizado los ciclos educativos de acuerdo con la perspectiva de desarrollo humano, “entendido desde la teoría del desarrollo a escala humana de Manfred Max-Neef, como elemento que permite realizar simultáneamente varias necesidades”¹⁶. Dicha caracterización curricular por ciclos se estructura según grados educativos: primero (grados preescolar, 1.º y 2.º), segundo (3.º y 4.º), tercero (5.º, 6.º y 7.º), cuarto (8.º y 9.º) quinto (10.º y 11.º), cada uno con su impronta general y los correspondientes ejes de desarrollo.

El ciclo 1 tiene como su impronta la de “Infancias y construcción de los sujetos”, el ciclo 2 “Cuerpo, creatividad y cultura”, el ciclo 3 “Interacción social y construcción de mundos posibles”, el ciclo 4 “Proyecto de Vida” y el ciclo 5 “Proyecto profesional y laboral”. En cuanto a sus ejes de desarrollo, el ciclo 1 prevé la Estimulación y Exploración; el ciclo 2, el Descubrimiento y Experiencia; el ciclo 3, la Indagación y Experimentación; el ciclo 4, la Vocación y Exploración profesional; y, finalmente, el ciclo 5 la Investigación y desarrollo de la cultura para el trabajo¹⁷.

Respecto al abordaje contextual del presente trabajo, el mencionado esquema curricular define el ciclo tercero, que abarca los grados 5.º, 6.º y 7.º, como conformado típicamente por niños y niñas en edades entre diez y 12 años, en transición de la niñez a la preadolescencia, un período de vida caracterizado por fuertes cambios físicos, emocionales e intelectuales y en el cual los aprendizajes

están orientados por la indagación y experimentación, los procesos que se desarrollan están anclados en las dinámicas de los niños y las niñas que comienzan a dominar las relaciones de proporcionalidad y de conversión, sistematizan operaciones concretas, las cuales se refieren a objetos reales y, además, inician un camino hacia la fantasía y la construcción de mundos posibles¹⁸.

15 SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO. *Reorganización curricular por ciclos. Referentes conceptuales y metodológicos. Transformación de la enseñanza y desarrollo de los aprendizajes comunes y esenciales de los niños, niñas y jóvenes, para la calidad de la educación*, Bogotá, Secretaría de Educación, 2012, p. 28.

16 *Ibíd.*, p. 29.

17 *Ibíd.*, p. 40

18 SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO. *Reorganización curricular por ciclos. Referentes conceptuales y metodológicos. Transformación de la enseñanza y desarrollo de los aprendizajes comunes y esenciales de los niños, niñas y jóvenes, para la calidad de la educación*, Bogotá, Secretaría de Educación, 2012, p. 47.

En este ciclo, las necesidades y demandas de aprendizaje de los niños y las niñas en el área cognitiva requieren espacios de aprendizaje donde, además que “se debata y discuta de forma espontánea sobre filosofía, ética, economía y política”, se los lleven a cuestionar situaciones propias de su entorno. El aula de clase debe convertirse en un espacio para la indagación y la experimentación que les permita inferir y construir herramientas para explicar el mundo, con el fin de entenderlo y comprenderlo. En lo socioafectivo, es necesario que los estudiantes cuenten con espacios culturales que aumenten y recreen sus conocimientos, así como para que puedan experimentar actividades nuevas y favorecer el desarrollo de sus iniciativas¹⁹. En el aspecto físico y recreativo²⁰, para el estudiante el juego cobra importancia al convertirse en una actividad para el desarrollo de su personalidad que establece y fortalece las relaciones con sus pares y mejorar su autoimagen permitiendo, además, construir normas.

En este contexto curricular ya desde el ciclo 2, el trabajo lúdico en el aula de clase ha utilizado la manipulación de fichas para formar diferentes figuras desarrollando su creatividad y concentración, así como también se ha trabajado la matemática unida a la educación física desde la lúdica. Concretamente también, con técnicas como las que CARLOS EDUARDO VASCO analizaba hace dos décadas. En las cuales el doblado y el recorte de papel eran apoyos a la función heurística de las figuras de la geometría euclidiana, aunque con alcances y limitaciones en la búsqueda de una geometría activa y de las transformaciones²¹, que conllevara el estudio de soluciones a problemas de una geometría tridimensional.

En acuerdo con esta búsqueda de innovaciones curriculares, específicamente en el área de la geometría a nivel del ciclo 3 ya definido, cabe recordar el enfoque didáctico de RAFAEL PORLAN, para quien la investigación escolar es un intento de síntesis que, de toda forma, debe evitar respuestas simplemente parciales a los aspectos más criticados de la enseñanza tradicional. Citaba PORLAN entre ellos

19 *Ibíd.*, p. 48.

20 *Ibíd.*, p. 49.

21 CARLOS EDUARDO VASCO. “Geometría activa y geometría de las transformaciones”, *Revista de La Facultad de Ciencia y Tecnología*, vol. 2, Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 1992, pp. 21 a 26.

al tecnológico, al de su escasa rigurosidad, ofreciendo una racionalidad supuestamente neutral que tiende a uniformizar la realidad escolar, de por sí compleja y diversa; reduciendo el papel del profesor al de un técnico-ejecutor de planes y currículos diseñados por agentes externos a la escuela, desconocedores, en la mayoría de los casos, de la singularidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje²².

En este punto trataba PORLAN de reiterar que el profesor es el mediador fundamental entre la teoría y la práctica educativa, como regulador y transformador de toda iniciativa externa, curricular, que pretenda incidir en la dinámica de las aulas. Esta mediación se realiza a través de un proceso múltiple. En el plano cognitivo, el profesor interpreta y valora las informaciones exteriores que recibe, sean éstas modelos educativos o instrucciones curriculares, desde sus propios esquemas de conocimiento²³, en el cual el docente es un agente activo en el desarrollo curricular, un modelador de los contenidos que se imparten y de los códigos que estructuran esos contenidos, condicionando con ello toda la gama de aprendizajes de los alumnos²⁴. Esta dinámica ha de situarse en la perspectiva de “un proceso de investigación y experimentación de alternativas curriculares diferentes”²⁵.

GRACIELA MERINO²⁶, introducía la problemática educativa en la enseñanza de las ciencias naturales respecto al cotidiano enfrentamiento de los docentes con las dificultades propias del complejo proceso de enseñanza y aprendizaje, como así también con las particularidades de los alumnos involucrados en el proceso. Entre estos, la falta de interés en las actividades de las clases de ciencias, tendencia a la memorización y repetición de una “ciencia única” o acabada y desvinculada de la vida cotidiana. Las teorías alternativas, según MERINO, lo que proponen es el pseudo protagonismo del alumno, con el cual se limita a repetir una secuencia de pasos establecidos y, simultáneamente, el docente persigue el cumplimiento de objetivos operacionales, proponiendo problemas de aplicación que los alumnos resuelven.

22 RAFAEL PORLAN, y JOSÉ MARTÍ. *El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula*, 1992, p. 14.

23 *Ibíd.*, p. 18.

24 *Ibíd.*, p. 19.

25 *Ibíd.*, p. 45.

26 GRACIELA MERINO. *Enseñar ciencias naturales en el tercer ciclo de la EGB*, Buenos Aires, Edit. Aique, 1998.

Entonces, MERINO precisa que mediante la metodología de descubrimiento, el alumno es protagonista de su propio aprendizaje²⁷. En este ámbito socializado, diferentes cuestiones ponen a prueba sus teorías y promueven insatisfacción y la búsqueda de nuevas explicaciones, ante lo cual el docente es investigador de su propia práctica, pues organiza, orienta, favorece los aprendizajes y reflexiona críticamente.

Todo este proceso de investigación y acción que conlleva un aprendizaje por descubrimiento conduce a la determinación de desarrollos curriculares específicos con relación a cada contexto discente y resulte pedagógicamente en un aprendizaje significativo. DAVID PAUL AUSUBEL partía en la década de los setentas de las propuestas de JEROME BRUNER sobre el aprendizaje por descubrimiento, un enfoque bajo el cual se buscaba que los niños construyeran su conocimiento a través del descubrimiento de contenidos. Aunque AUSUBEL considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición o recepción, ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características como estrategia de enseñanza, puede lograr un aprendizaje significativo en el cual los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno.

Con el aprendizaje significativo se logra que el estudiante relacione los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos, pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando. Siendo así, se produce una retención más duradera de la información, que facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, siendo guardada en la memoria a largo plazo. El aprendizaje significativo es, de esta manera, activo y personal, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del alumno aunque, también, la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

En el cuidado de que en un proceso pedagógico se produzca un aprendizaje significativo se debe tener en cuenta que haya significatividad lógica del material que presenta el maestro al estudiante, organizado de tal manera que se dé una construcción de conocimientos. También, que haya una significatividad psicológica del material, en el cual el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos y que

27 Ídem.

los comprenda, mediando una actitud favorable del alumno como un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el docente sólo influye a través de la motivación²⁸.

AUSUBEL tipifica el aprendizaje significativo. El aprendizaje de representaciones en el cual el niño adquiere el vocabulario que representa objetos reales con significado para él. El aprendizaje de conceptos, en el cual el niño o niña a partir de experiencias concretas, o contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento, comprende conceptos abstractos (como “gobierno”, “país”, “mamífero”). En un aprendizaje de proposiciones, los niños conocen el significado de los conceptos, pueden formar frases que contengan dos o más conceptos integrándolos en su estructura cognitiva con los conocimientos previos, a través de pasos de diferenciación progresiva, respecto a conceptos más inclusores que el alumno ya conocía; o de reconciliación integradora, cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos previos del alumno; o de combinación, cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos²⁹.

Esta mirada al aprendizaje significativo por parte de AUSUBEL tiene obvias aplicaciones pedagógicas. El docente debe conocer los conocimientos previos del alumno, asegurándose que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas precedentes, permitiéndole la planeación curricular específica. Debe también, organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuenta que no sólo importa el contenido sino la forma en que los alumnos la reconocen, en un proceso en el que la motivación es un factor fundamental de aprendizaje, acompañada de apoyos didácticos (dibujos, figuras, diagramas, fotografías, objetos) para enseñar los conceptos³⁰.

28 MARÍA ALEJANDRA MALDONADO VALENCIA. “El aprendizaje significativo de David Paul Ausubel”, 2008. En línea: [www.monografias.com/trabajos10/dapa/dapa.shtml].

29 Ídem.

30 Ídem.

CAPÍTULO SEGUNDO

MARCO TEÓRICO

El capítulo presenta un marco teórico que permite soportar los elementos metodológicos que se deben tener en cuenta en la enseñanza de la geometría, con base en la existencia de niveles crecientes de desarrollo mental que validan la inclusión de didácticas basadas en la aplicación de técnicas de papiroflexia, todo lo cual representa el paradigma de base en la presente investigación.

I. LA NOCIÓN DE ESPACIO

En la propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría aplicada a escuelas críticas³¹, definidas estas como establecimientos de alto riesgo, que tienen bajo rendimiento en las pruebas estandarizadas y están insertas en un medio socio económico bajo, lo cual genera además fenómenos de deserción y repitencia, la autora LASTRA analiza el nivel de impacto que la metodología, el rol del profesor, el rol del alumno, el uso de la tecnología, tienen en la enseñanza y aprendizaje geométrico. Así mismo muestra en un excelente recorrido histórico que la geometría se estudiaba inicialmente con el fin de desarrollar la mente humana. Lastra aplica el modelo de los esposos VAN HIELE, consistente en dos aspectos, descriptivo y prescriptivo, específico para la enseñanza de la geometría. El primer aspecto descriptivo consta de cinco niveles³²:

31 SONIA LASTRA. *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*, Santiago, Universidad de Chile, 2005.

32 *Ibíd.*, pp. 23 y 24.

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

- *Visualización*: Considera los conceptos o figuras en su globalidad. No toma en cuenta los elementos y sus propiedades.
- *Análisis*: surge el descubrimiento y la generalización de propiedades, a partir de la observación de algunos casos.
- *Deducción informal*: la comprensión y la posibilidad de establecer relaciones a través de implicaciones simples entre casos.
- *Deducción formal*: se efectúan las demostraciones formales, usos de axiomas, postulados, etc.
- *Rigor*: cuando el razonamiento es deductivo, sin ayuda de la intuición.

El segundo aspecto, que es el prescriptivo, consta de cinco fases de aprendizaje:

- *Información*: el profesor debe diagnosticar lo que saben los alumnos sobre el tema que se va a abordar y la forma de razonar que tienen. Los alumnos entran en contacto con el objetivo propuesto.
- *Orientación dirigida*: el profesor debe guiar el proceso para que los alumnos vayan descubriendo lo que va a constituir el centro de este nivel. Esta fase es el centro del aprendizaje, que le va a permitir pasar al otro nivel, y construir los elementos propuestos. El profesor debe planificar las actividades que le permitan establecer las características de este nivel.
- *Explicitación*: los alumnos deben estar conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y consolidan su vocabulario.
- *Orientación libre*: afianzar los aspectos básicos y las actividades que permitan resolver situaciones nuevas con los conocimientos adquiridos anteriormente.
- *Integración*: tiene por objetivo establecer y completar las relaciones que profundicen el concepto.

LASTRA aplicó este modelo al uso didáctico de ayudas computacionales en *software*, ratificando en sus resultados que el profesos usualmente realiza sus prácticas sin intencionalidad³³, buscando fundamentalmente el logro de contenidos muy conceptuales, descuidando un tanto el eje temático de forma y espacio, además que “no tienen buenos recuerdos, pues no les resultaba fácil de comprender” el uso de herramientas en geometría que equiparen el énfasis puesto en la aritmética³⁴. Recomienda para la construcción de la noción de espacio psicológico, las actividades en las cuales los maestros emplean diferentes técnicas como, pegar, recortar, plegar, dibujar, construir materiales con papeles de colores, tijeras, pegamentos, etc., que permitan a los niños(as), vivir variadas experiencias que facilitan la adquisición de los conceptos de formas bi y tridimensionales, establecer relaciones entre elementos y que puedan estimular la creatividad. Con ello, se constituyen las primeras experiencias de relaciones espaciales (exterior, interior), o de relaciones topológicas que proporcionan un lenguaje básico apropiado y el sentido exploratorio de la relatividad de la ubicación espacial³⁵.

II. LOS NIVELES CRECIENTES DE DESARROLLO MENTAL EN GEOMETRÍA

Los niveles crecientes de desarrollo mental en geometría, fueron identificados por P. H. VAN HIELE y su esposa³⁶, en resultados de sus estudios publicados en 1959³⁷. SUÁREZ SOTOMONTE y RAMÍREZ VANEGAS, reiteran que a pesar de la preocupación de la mayoría de maestros por cualificarse en enfoques actuales en pedagogía, didáctica, tecnologías y, de manera particular, en sus áreas de especialización, muchos se ven abocados a implementar, en parte de su labor docente, estrategias tra-

33 LASTRA. *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría*, cit., 37.

34 *Ibíd.*, p. 38

35 *Ibíd.*, p. 40.

36 UNESCO. *Estudios en educación matemática. La geometría en las escuelas*, vol. 5, ROBERT FLORRIS (Ed.), 1986.

37 HIELE, P. M. VAN. “La pensée de l’enfant et la géométrie”, *Bulletin de Z’APMEP*, n.º 198, París, Association des Professeurs de Mathématiques de l’Enseignement Public, 1959, pp. 199 a 205.

dicionales basadas en la heteroestructuración, esto es, la transmisión de conocimientos³⁸. Estos autores opinan que las innovaciones pedagógicas no cobran mayor importancia en los docentes, lo cual ha generado un énfasis en investigación teórica, en detrimento de la investigación de la dinámica en el aula, aunque quizá debido a un excesivo número de estudiantes como usual característica.

Siendo así, los niveles crecientes de desarrollo mental en geometría según los VAN HIELE confirman que el razonamiento geométrico evoluciona en los estudiantes desde niveles muy elementales de reconocimiento e identificación de las figuras geométricas hasta el desarrollo de razonamientos deductivos, y que si un docente insiste en preocuparse porque sus alumnos solo aprendan a identificar las figuras geométricas con sus nombres, e incluso definiciones, está condenándolos a mantenerse en un nivel muy elemental de pensamiento geométrico.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, ello implica una enseñanza de la geometría en la que el docente dista mucho de ser un simple transmisor de contenidos geométricos. Sin descuidar éstos, de lo que se trata es de llevar a cabo los diferentes tipos de tareas (como conceptualizar, investigar, demostrar) en las que se trabaje el desarrollo de las habilidades mencionadas (como visualización, de dibujo, comunicación, razonamiento lógico y transferencia), considerando los diferentes niveles de razonamiento geométrico propuestos por los esposos VAN HIELE (reconocimiento, análisis, clasificación y deducción), siempre todo ello bajo el enfoque de resolución de problemas³⁹.

LÓPEZ y GARCÍA, autoras del documento citado, plantean diversas actividades didácticas. Entre ellas⁴⁰:

1. Los rompecabezas, que desarrollan las habilidades de visualización y comunicación al describir las piezas que forman el rompecabezas en el que tienen que analizar las características de las figuras que lo componen.

38 PUBLIO SUÁREZ SOTOMONTE y ALFONSO RAMÍREZ VANEGAS. "Exploración de sólidos a partir de sistemas de representación", *Revista Praxis & Saber*, Tunja, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, 2011, pp. 37 y 38.

39 OLGA LÓPEZ ESCUDERO y SILVIA GARCÍA PEÑA. *La enseñanza de la geometría*, México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2008, p. 80.

40 *Ibíd.*, pp. 133 y ss.

2. La copia de figuras, que desarrolla habilidades de visualización, comunicación y de dibujo al reproducir una figura.
3. Los pentaminós, que consisten en una figura geométrica compuesta por cinco cuadrados unidos por sus lados, de los cuales hay doce diferentes, que se nombran con diferentes letras del abecedario. Los pentaminós obtenidos a partir de otros por simetría axial o por rotación no cuentan como un pentaminó diferente. Con su elaboración, los estudiantes exploran, en diferentes niveles, ideas tales como la búsqueda sistemática y las transformaciones.
4. Los trianpen⁴¹, contracción de las palabras triángulo y pentágono, una figura compuesta de estas dos unidas por uno o más vértices, mediante los cuales se realizan tareas de conceptualización a partir de la expresión de las características de un objeto que lo distinguen de otros.
5. Exploración de cuadriláteros.
6. Construyendo y probando⁴², una actividad de investigación y demostración en las que desarrollarán las habilidades de comunicación, de dibujo y razonamiento al analizar las propiedades de las figuras que se les pide construir a partir de los datos y de los instrumentos que se les indican.
7. Geometría y azulejos, actividades con las cuales los estudiantes descubren al analizar con qué polígonos regulares e irregulares es posible recubrir un plano y por qué⁴³.

También, el plegado en la geometría como facilitadora del aprendizaje del dibujo técnico, del autor JAIME ORLANDO LÓPEZ ÁVILA, se enmarca dentro del tipo de investigación descriptiva y se fundamenta en teorías

41 GRACIELA GARCÍA AMADEO y NORA SANTARELLI. "Los procesos metacognitivos en la resolución de problemas y su implementación en la práctica docente", *Educación Matemática*, vol. 16, n.º 2, México, Santillana, 2004, p. 134.

42 LÓPEZ. Ob. cit., p. 138.

43 *Ibíd.*, p. 140.

del aprendizaje de PIAGET, VAN HIELE y AUSEBEL; parte de la necesidad detectada por el profesor investigador en los alumnos de la muestra, en quienes se manifiesta la falta de conocimiento en el área de dibujo técnico. El objetivo de este trabajo es involucrar el plegado como estrategia para la enseñanza de conceptos en geometría, necesarios en el desarrollo de la asignatura de dibujo técnico. Mediante la socialización (el plegado), los docentes se motivaron a utilizar esta estrategia para la enseñanza de las áreas involucradas. Una vez realizados los talleres, se notó que los alumnos, interiorizaron el conocimiento de nociones geométricas, que posteriormente se vio reflejado en el avance y aplicación en el dibujo técnico.

Muy ligado con la presente investigación, el origami, un arte de origen japonés en el siglo I o II D. C., consistente en el plegado de papel sin usar tijeras ni pegamento para obtener figuras de formas variadas, muchas de las cuales podrían considerarse como esculturas de papel que, como técnica se denomina papiroflexia o cocotología, resulta expedito como estrategia para la enseñanza de la geometría en niños de edad escolar. El autor CARABAY ZAMBRANO, en un texto define el arte del origami respecto a la geometría y contextualiza al lector en las figuras geométricas más elementales. A su vez, muestra las ventajas de utilizar el origami como estrategia educativa para la enseñanza de la geometría ya con esta el estudiante desarrolla la habilidad manual con el pensamiento y la visión y proporciona un aprendizaje significativo para el estudiante ya que le permite previsualizar las diferentes figuras.

A su vez hay muchos maestros preocupados por dinamizar la enseñanza de la geometría y esto se observa en el elaborado para el MEN⁴⁴, acerca de innovaciones didácticas referidas a la geometría y en el cual la “geometría dinámica” se coloca a medio camino entre el mundo sensible (perceptible por los sentidos), en este caso esencialmente visual, y el mundo matemático, esencialmente abstracto. El libro presenta un proyecto, centrado en el uso de programas computacionales que permitan llevar a dos dimensiones lo que usualmente se hace con lápiz y papel, permitiendo intervenir las figuras, con lo cual se quiere fomen-

44 MEN. *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*, Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia, abril, 2004, p. 89.

tar la formación permanente de los docentes centrada en la reflexión de su propia práctica en el salón de clase y en las posibilidades pedagógicas y didácticas de diversos recursos, para contar con maestros más creativos y comprometidos con el ejercicio profesional, estudiantes activos haciendo matemática y colocando en juego todo su talento.

No obstante, hasta acá, se deduce que hay un énfasis en la dinamización de las clases en el aula, aunque sin lograr llevar a efecto la posibilidad de visualizar y conceptualiza en tres dimensiones la enseñanza de la geometría. Con relación a la necesidad de utilizar materiales concretos en geometría, el trabajo de VILLARROEL y SGRECCIA sobre materiales didácticos concretos en geometría muestra la necesidad de la manipulación. Identificaron y caracterizaron los materiales didácticos concretos que pueden utilizarse en la enseñanza de los contenidos geométricos en primer año de la educación secundaria⁴⁵, clasificando en modelos fijos de 2D y 3D⁴⁶, rompecabezas geométricos, tangram⁴⁷, geoplanos, transformaciones dinámicas, diversas actividades posibles de ser utilizadas en el aula como innovaciones didácticas en la enseñanza de figuras y sólidos geométricos.

III. LA PAPIROFLEXIA, MATERIALES Y CRITERIOS

A las anteriores agregan la papiroflexia u origami⁴⁸, con la cual se pueden abordar habilidades:

1. Visuales (percepción figura-fondo, discriminación visual, constancia perceptual, percepción de la posición espacial y de la relación entre objetos).
2. De comunicación (recolección e interpretación de información, denominación).

45 SILVIA VILLARROEL y NATALIA SGRECCIA. "Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de secundaria", *Números Revista Didáctica de las Matemáticas*, n.º 78, España, Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas, 2011, pp. 73 a 94.

46 *Ibíd.*, p. 83.

47 *Ibíd.*, p. 84.

48 *Ibíd.*, p. 89.

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

3. De dibujo y construcción (obtención de distintas vistas de un mismo objeto).
4. Lógicas o de razonamiento (Argumentación, abstracción de propiedades).
5. De aplicación y transferencia (identificación de formas y relaciones geométricas en el mundo natural y artificial, análisis de las formas n relación con el objeto en donde se encuentran).

De acuerdo con ello, VILLARROEL y SGRECCIA tipifican los materiales y actividades en criterios que se constituyen en ejes de análisis⁴⁹:

Criterio 1. Calidad: Considerando la característica propia de cada material surgen dos categorías.

- *Objeto tangible.* Modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas.
- *Objetos del entorno real.* Técnica: Origami.

Criterio 2. Materia prima: Teniendo en cuenta el o los recursos necesarios para su fabricación surgen tres categorías.

- *Papel:* Origami.
- *Cartón, cartulina, madera, plástico, acrílico, goma eva, telgopor:* Modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano y transformaciones dinámicas.
- *Otros recursos:* Objetos del entorno real.

Criterio 3. Disponibilidad: De acuerdo a la posibilidad de obtener cada material, teniendo en cuenta que todos ellos son de fácil acceso, se contemplan tres categorías.

49 VILLARROEL y SGRECCIA. "Materiales didácticos concretos en geometría...", cit., pp. 90 y 91.

- *Construcción artesanal*: Modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, origami, caleidoscopios, desarrollos planos y varillas de mecano.
- *Adquisición en comercios*: Espejos/mira o réflex, papel/cartulina, mapas, rejas, diarios/revistas, fotografías, poliformas y retículas.
- *Observación directa*: Entorno natural y artístico.

Criterio 4. Movilidad: Teniendo en cuenta el modo de interactuar con el material se observan dos categorías.

- *Dinámico*: Rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas y origami y algunos objetos del entorno real (como por ejemplo la masa para modelar).
- *Estático*: Modelos fijos 2D y 3D y algunos objetos del entorno real (como por ejemplo una estatua).

Criterio 5. Dimensión: De acuerdo a la dimensión geométrica que se pretenda abordar, se consideran tres categorías.

- *Bidimensión*: Bloques lógicos de dienes, poliominós y poliamantes, rompecabezas de la T, de la H, de la casita o la cruz griega, rompecabezas de las cuatro T, rompecabezas de piezas idénticas, demostraciones dinámicas, rompecabezas de mosaicos de Van Hiele, rompecabezas por cuadratura, tangram chino, tangram de Fletcher, cardiotangram, tangram hexagonal, tangram pentagonal, tangram triangular, tangram de Lloyd, tangram pitagórico, tangram de Brügner, stomachion, tangram ovoide, geoplano ortogonal, geoplano circular y entorno artificial.
- *Tridimensión*: Cuerpos geométricos rígidos, cubos y policubos, cubo soma, cubo de Rubik, tangram espacial, geoplano isométrico, entorno natural y artístico.
- *Bidimensión-tridimensión*: Poliformas, varillas de mecano, retículas, desarrollos planos y origami.

Criterio 6. Contenidos conceptuales: de organizan nueve categorías.

- *Posiciones entre rectas y planos:* Tangram, geoplano, origami, entorno natural y artificial.
- *Sistemas de referencia para la ubicación de puntos en el plano:* Geoplano, origami, entorno natural y artificial.
- *Cuerpos poliedros:* Origami, entorno natural y artificial, cuerpos geométricos rígidos, poliomínos y poliamantes, cubos y policubos, cubo soma, cubo de Rubik, retículas, tangram espacial, geoplano triangular, poliformas y desarrollos planos.
- *Cuerpos redondos:* Origami, entorno natural y artificial, cuerpos geométricos rígidos y desarrollos planos.
- *Ángulos:* Modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas, origami, varillas de mecano y objetos del entorno real. *Lugares geométricos.*
- *Círculo y circunferencia:* Cardiotangram y geoplano circular, *Mediatriz y bisectriz:* Origami y espejo/mira o réflex, varillas de mecano y papel/cartulina, *Alturas y medianas:* Origami, varillas de mecano y papel/cartulina.
- *Polígonos:* Tangram, geoplano, origami, entorno natural, entorno artificial, bloques lógicos de dienes, poliomínos y poliamantes, rompecabezas de mosaicos de Van Hiele, poliformas, varillas de mecano, caleidoscopios y papel/cartulina.
- *Transformaciones:* Bloques lógicos de dienes, cuerpos geométricos rígidos, poliomínos y poliamantes, espejos, rompecabezas de piezas idénticas, cubos y policubos, caleidoscopios, poliformas, fotografías, papel, rejas, tangram, geoplano, origami, entorno natural y artificial.
- *Teorema de Thales. Semejanza:* Bloques lógicos de dienes, poliomínos y poliamantes, rompecabezas de Van Hiele, mapas, diarios/revistas, fotografías, tangram, geoplano, origami y entorno natural.

Criterio 7. Versatilidad: Se considera aquí la aplicabilidad de cada material didáctico concreto en los diferentes ejes del área de Matemática, o de otras áreas de conocimiento, y la adaptación de los mismos en los distintos niveles de escolaridad. De esta manera se originan dos categorías y subcategorías.

- *Vinculación intra e inter área: Matemática: Eje Medidas:* Modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas, origami y objetos del entorno real; *Eje números y operaciones:* Rompecabezas geométricos, tangram y objetos del entorno real; *Eje funciones:* Geoplano y objetos del entorno real; *Eje estadística y probabilidades:* Rompecabezas geométricos, transformaciones dinámicas y objetos del entorno real.
- *Otras áreas:* Origami y objetos del entorno real. *Niveles de escolaridad: Inicial:* Modelos fijos 2D y 3D, geoplano, entorno natural y papel/cartulina; *Primario: Completo:* Modelos fijos 2D y 3D, geoplano, origami y objetos del entorno real; *Último curso:* Rompecabezas geométricos, tangram y transformaciones dinámicas; *Secundario: Primeros cursos:* Modelos fijos 2D y 3D, geoplano, transformaciones dinámicas y objetos del entorno real; *Completo:* Rompecabezas geométricos, tangram y origami; *Superior:* Origami y objetos del entorno real.

Finalmente, la importancia de desarrollar en los niños habilidades como pensar matemáticamente, saber argumentar, saber representar y comunicar, saber resolver, saber usar técnicas matemáticas e instrumentos y saber modelizar, se permite mediante la comparación con elementos geométricos de la realidad en el entorno para sensibilizar a docentes e instituciones educativas “que los que no estamos enseñando está en nuestro propio contexto”⁵⁰. La autora ofrece 52 situaciones en el espacio y figuras geométricas, cada una con tres ejemplos de objetos convencionales en la realidad que los pueden representar⁵¹.

50 CLAUDI ALSINA. *Geometría y la realidad*, Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña.

51 *Ibíd.*, pp. 5 y 6.

CAPÍTULO TERCERO

DISEÑO, PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS

I. EL ENTORNO DE INVESTIGACIÓN

El IEPI es un centro educativo con alumnos de origen social estratificado como bajo, estratos uno y dos, lo cual permitiría catalogarla como escuela crítica⁵², dado que podrían precaverse los factores sociales de alto riesgo, algunas tendencias hacia niveles de bajo rendimiento en las pruebas estandarizadas, la inserción en un medio socio económico bajo y, algunos pocos fenómenos de deserción y repitencia, de acuerdo con la definición de LASTRA.

A. Entrevista exploratoria a grupo focal

En acuerdo con la idea central de que hacen parte esencial de la estructura curricular de una institución, además de otros elementos ya mencionados, los criterios pedagógicos de sus docentes y directivas, se consultó a estos acerca de cómo es la enseñanza de la geometría en la Institución Educativa Ismael Perdomo –IEIP–, en Bogotá.

Con esta perspectiva se realizó una entrevista focal a un grupo de docentes del plantel acerca de su enfoque pedagógico aplicado a la enseñanza de la geometría dentro de la institución. Para conformación del grupo entrevistado se tuvo como criterios de selección el nivel académico en áreas de matemáticas, educación básica primaria y proyectos educativos, así como su experiencia docente. Como resultado, los docentes que participaron cuentan todos con larga experiencia docente y niveles académicos como licenciaturas en educación básica prima-

52 LASTRA. *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría*, cit.

ria en matemáticas, edumática con énfasis en multimedia, gerencia de proyectos educativos, matemáticas e igualmente magister en didáctica de las ciencias, así como en gerencia de instituciones, persona que ejerce actualmente de coordinadora académica del IEIP:

Tabla 1
Grupo focal de entrevista exploratoria

	Nombre	Nivel académico	Experiencia y publicaciones
1	HILBA DEL CARMEN GUERRERO ACUÑA	Licenciada en educación básica primaria, especialista en gerencia de instituciones.	Docente experiencia 24 años, sector rural y urbano; Desde 2006, coordinadora académica del Colegio Ismael Perdomo; Ha desarrollado actividades pedagógicas en el área de matemáticas del grado primero al sexto de educación básica, trabajo dos años en el anillo matemático en la ciudad de Bogotá y como coordinadora se ha hecho el proceso de la reorganización curricular por ciclos en la Institución Ismael Perdomo donde se han logrado avances significativos en ciclo I y II.
2	ALEXANDER BEJARANO MONTAÑÉZ	Licenciado en matemáticas y física de la Universidad de Cundinamarca	Docente de matemáticas y física desde el año 2002 en este tiempo ha realizado aportes en la construcción de blogs matemáticos y programas matemáticos los cuales han facilitado la enseñanza de la matemática en educación básica y media secundaria.
3	OLGA PRIETO VALBUENA	Licenciada en educación básica primaria. Especialista en arte y folclor. Especialista en gerencia de proyectos educativos.	Docente de matemática en primaria ilustrando como se pueden aplicar a la vida diaria de una manera amena, alegre y lúdica.

4	LUZ LIBIA PINZÓN	Licenciada en matemáticas de la Universidad Pedagógica de Colombia. Magister en didáctica de las ciencias.	Docente de matemáticas del sector privado y público. En toda su carrera siempre ha estado preocupada por que las tics estén inmersas en el aula, por esto ha creado plataformas Moodle y blogs los cuales han ayudado a la enseñanza de la matemática.
5	MYRIAM CRISTINA RAMÍREZ DUARTE	Licenciada en básica primaria. Especialización educativa con énfasis en multimedia.	Docente con 33 años de servicio como docente en el distrito, 16 años como docente de primaria y 17 años como directivo docente así: cinco años como directora de primaria, cuatro años como coordinadora de convivencia y académica, cuatro años como rectora en encargo y los últimos cuatro años como coordinadora académica.

El procedimiento con el grupo focal, homogéneo por formación y experiencia, se basó en entrevista colectiva y semiestructurada que fue moderada por la autora del proyecto. Esta técnica cualitativa de recolección de información, giró alrededor de 1) la importancia de la enseñanza de la geometría en básica primaria y 2) del grado de formación con que realmente cuentan los docentes que la enseñan.

B. La evidencia del problema planteado

Las dos temáticas tratadas dentro del grupo evidenciaron el problema acá planteado con base en que la intensidad horaria para impartir la geometría ha sido reducida restándole importancia relativa frente a otras áreas, y en que gran parte de los docentes no han recibido una educación profesional clara en la geometría que deben enseñar en la básica primaria.

1. En cuanto a la importancia actual concedida a la enseñanza de la geometría:

El grupo consideró que “la geometría se ha dejado un poco relegada y sobre todo en primaria”, fundamentalmente considerando que

en el espacio [...] y entorno todo son líneas, donde todo es cuadrados, cubos

pero los niños como que no tienen esa dimensión [...] sería bueno como empezar a idear estrategias, o a sacar módulos, trabajos, hacer unidades didácticas donde de verdad la geometría sea como la base fundamental de la enseñanza de la matemática.

La geometría es parte fundamental de la cultura del hombre, en lo que todos están de acuerdo, siendo también importante

ya que nuestro lenguaje verbal diario posee muchos términos geométricos, como punto, paralela o recta [...] destinados a determinar la ubicación, el tamaño o la forma de un objeto [...] ante todo en las primeras etapas educativas.

Se consideró, igualmente, que la geometría es uno de los mejores medios para enseñar a los estudiantes a ser analíticos, ya que “proporciona al niño un tipo propio de razonamiento y deducción que distingue y asigna características y propiedades en las diversas figuras geométricas”.

Según los integrantes del grupo focal “la geometría contribuye a representar visualmente conceptos y procesos de la matemática, además de desarrollar en los educandos capacidades analíticas y espaciales” y, sin embargo, “ha carecido de importancia desde hace mucho tiempo, situación que se acentúa en los últimos años”. Se afirmó que “son pocos los educadores que gustan de la misma, al igual que el establecer conexiones con la matemática, es para algunos una tarea ardua”. Se da poca relevancia a la misma, atreviéndose a plantear en sus proyectos educativos, intensidades mínimas que no satisfacen las necesidades de los educandos, quienes se conforman con lo mínimo “pues muchos creen llevar una vida más tranquila sin números y sin nada que demostrar”.

2. En cuanto al grado de formación con que realmente cuentan los docentes que la enseñan.

El grupo consideró que

sí, nos falta como mucho, nos hemos limitado solamente a sumar, restar, multiplicar y dividir [...] creemos que hay que hacer una reflexión y volver a retomar muchas de esas cosas importantes que tiene la geometría en las matemáticas.

Igualmente, en el grupo focal se estuvo de acuerdo con escuchar a diario:

el comentario de muchos compañeros docentes que dicen que en la universidad no fueron educados para dar clase en colegio, que las clases fueron enfocadas más a universidad y que por lo tanto lo que deben enseñar acá ya sea en primaria o bachillerato lo han aprendido de lo que recuerdan del colegio o de lo que han repasado.

Respecto a esto, “una de las falencias relacionadas es que el programa de matemáticas requiere de estar actualizándolo todos los años” y, más aún, “ahora con la educación en ciclos es posible que los docentes prefieran enseñar en la matemática lo de todos los días” y “que en la geometría no fueron educados ni en la universidad ni de manera autónoma ya que no se ve la necesidad e incluso se pudiera pensar que los bajos puntajes en el ICFES radican en lo mismo”.

En el grupo sus integrantes dedujeron que:

si un docente o futuro docente no termina de construir o aprender en la formación universitaria para qué les sirve a los niños la geometría, difícilmente lo va a enseñar y, si lo enseña y no entiende para que sirve enseñarlo, es mejor que no lo enseñe y que enseñe otras cosas que posiblemente crea que le van a servir al estudiante.

Aunque no sabrían con certeza si los docentes son educados o no para la enseñanza de la geometría,

lo que sí es bien cierto es que hay quienes prefieren dejar esta rama de la matemática a un lado, más aun cuando la cantidad de contenidos por cubrir es inversamente proporcional a la intensidad horaria destinada para tal fin y además teniendo en cuenta que la geometría y la matemática se enseñan por lo general de manera totalmente desligada la una de la otra.

Estuvieron de acuerdo en que:

valdría la pena investigar si el no enseñar geometría es responsabilidad de quienes forman a los futuros licenciados, y ajustar de esta forma currículos o simplemente hace parte del gusto de los educadores, situación totalmente negativa e irresponsable, teniendo en cuenta las necesidades de los educandos y la utilidad que presta la geometría en el apoyo de conceptos netamente matemáticos.

II. EL PROCEDIMIENTO DE INVESTIGACIÓN

A. Etapa 0: Validación del instrumento test

Etapa 0: se realizó la validación del instrumento diseñado (anexo 1) con base en el criterio de cinco (5) expertos docentes pertenecientes a la misma institución IEIP.

Los criterios de selección fueron basados en la formación en matemáticas, pedagogía y didáctica, así como en su experiencia docente en estas mismas áreas y concretamente en geometría.

A los expertos seleccionados se les proveyó sendos borradores del formato diseñado por la autora de este proyecto. En consecutivas ocasiones se hizo corrección de:

1. Los términos utilizados que pudieran generar sesgo en la información obtenida en los estudiantes de los grupos control y experimental.
2. La inexistencia de errores en las soluciones planteadas.
3. La definición de objetivos prácticos en cada uno de los talleres a ser aplicados.
4. La definición de objetivos didácticos en estos talleres.
5. La especificación de tipos de material a ser utilizados.
6. Fundamentalmente, los expertos aportaron la necesidad de establecer preguntas de control para uso docente en cada taller.

Finalmente, quedaron definidas 15 preguntas para el instrumento de investigación en coherente correlación con el diseño de los talleres a ser aplicados.

Tabla 2
Grupo de expertos para consulta

	Nombre	Nivel académico	Experiencia y publicaciones
1	EVELIN MONCADA SÁNCHEZ	Licenciada en matemáticas de la Universidad Distrital. Especialista en estadística de la Universidad Nacional. Especialista en docencia universitaria de la Universidad Cooperativa.	Docente del Colegio Distrital Sierra Morena durante nueve años y docente de la Universidad Distrital desde hace ocho años donde dicta cálculo diferencial, vectorial e integral.
2	FRANCY ANGÉLICA RIVEROS SANTA	Licenciada en matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Magister en educación, Universidad Santo Tomás.	Docente experiencia 11 años. Co-autora de: 1) <i>Una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría</i> , Maracaibo, 2007; 2) <i>Guías de aprendizaje para el área de matemáticas grado segundo. Modelo Círculos de Aprendizaje</i> , Convenio Corporación Infancia y Desarrollo-ACNUR, Bogotá, 2010 (no publicadas).
3	JORGE ENRIQUE SARMIENTO MARTÍNEZ	Licenciado en matemáticas, Universidad Francisco de Paula Santander.	Docente experiencia 13 años. Co-autor de <i>Una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría</i> , Maracaibo, 2007.
4	CLAUDIA JEANNETTE CORONADO RODRÍGUEZ	Licenciada en matemáticas, Universidad Distrital. Especialista en pedagogía. Magister en informática educativa.	Docente de matemáticas y estadística en ASPAEN Gimnasio Iragua, donde siempre ha estado liderando procesos del pensamiento matemático e investigación en el aula.
5	STEFANY PAOLA MORATO HENAÓ	Especialista en didáctica de la lecto-escritora. Especialista en educación y orientación familiar. Magister en educación, familia y desarrollo.	Docente en el sector privado, coordinadora de preescolar y primaria en el Colegio Los Angeles Helvetia durante cinco años.

B. Etapa 1: aplicación del pre-test

Etapa 1: aplicación de pre-test de conocimientos en geometría a un grupo experimental y un grupo control.

En la presente situación la variable experimental es el rendimiento obtenido por cada uno de los dos grupos, tanto en la etapa 1 de pre-test como en la etapa 2 de pos-test.

Siendo así, esta variable independiente está representada en los talleres diseñados para realizar la intervención didáctica. La variable dependiente se mide a través de un indicador de tasa de éxito del grupo experimental respecto del grupo control.

Los factores invalidantes que cautelán la relación entre la variable independiente y la variable dependiente se encuentran en la variable moderadora representada en los conocimientos previos de los sujetos estudiantes. Al respecto puede verse la tabla 11 en el capítulo de resultados de este documento.

Cada uno de los dos grupos estuvo integrado por 35 sujetos de investigación, alumnos pertenecientes al grado 6.

Se aplicó la primera prueba de conocimiento en geometría, mediante el pre-test cuyos resultados fueron los siguientes:

Tabla 3
Tabulado de resultados de aplicación del pre-test (grupo control)

PREGUNTA N.º	CORRECTAS	INCORRECTAS
1	22	13
2	17	18
3	28	7
4	23	12
5	32	3
6	17	18
7	13	22
8	30	5
9	11	24
10	18	17
11	14	21
12	29	6

13	28	7
14	25	10
15	12	23

Fuente: La autora con base en datos de evaluación al grupo identificado como 601 del IEPi.

En esta etapa 1 de pre-test, el grupo Control estuvo integrado por estudiantes cuyas clases de geometría fueron impartidas mediante método convencional de enseñanza, con base en texto acorde con las exigencias curriculares del Ministerio de Educación Nacional, MEN.

A su vez, el grupo experimental, igualmente tuvo clases previas de geometría impartidas mediante igual método convencional de enseñanza, acorde con las exigencias curriculares del MEN.

Tabla 4
Tabulado de resultados de aplicación del pre-test
(grupo experimental)

PREGUNTA	CORRECTAS	INCORRECTAS
1	15	20
2	11	24
3	30	5
4	17	18
5	29	6
6	18	17
7	11	24
8	27	8
9	8	27
10	15	20
11	10	25
12	31	4
13	29	6
14	22	13
15	8	27

Fuente: La autora con base en datos de evaluación al grupo identificado como 603 del IEPi.

El resultado observable en esta etapa pre-test mostró un mejor resultado por parte del grupo control. Para determinar ello se diseñó un indicador de tasa de éxito, que compara el porcentaje de estudiantes con respuesta correcta en cada una de las preguntas.

De esta manera, la tasa de éxito experimental/control, mostró menores resultados del grupo experimental frente a los obtenidos por el grupo control. Solamente en las preguntas 3 (con 1,07), 6 (con 1,06), 12 (con 1,07) y 13 (con 1,04), el grupo experimental superó en número de preguntas con respuesta correcta al grupo control.

Tabla 5
Tabulado de contraste de resultados del pre-test
(grupo experimental/grupo control)

PREGUNTA	Grupo control correctas %	Grupo experimental correctas %	Tasa éxito experimental/control
1	62,86	42,86	0,68
2	48,57	31,43	0,65
3	80,00	85,71	1,07
4	65,71	48,57	0,74
5	91,43	82,86	0,91
6	48,57	51,43	1,06
7	37,14	31,43	0,85
8	85,71	77,14	0,90
9	31,43	22,86	0,73
10	51,43	42,86	0,83
11	40,00	28,57	0,71
12	82,86	88,57	1,07
13	80,00	82,86	1,04
14	71,43	62,86	0,88
15	34,29	22,86	0,67

Fuente: La autora.

C. Etapa 2: Intervención didáctica

Etapa 2: intervención pedagógica mediante talleres en los cuales se aplicaron técnicas de papiroflexia en la enseñanza de las premisas curriculares de geometría-métrica, para que el estudiante alcance competencias manifiestas en la manipulación, imaginación, poder de asociación, construcción, identificación de propiedades, relación de figuras geométricas, generalización y capacidad de abstracción lográndose por parte del profesor un alto nivel de identidad didáctica para la enseñanza de la geometría en este grado de formación de los estudiantes.

Los talleres diseñados para el efecto, uno introductorio y dos de concepto múltiple geométrico, se presentan a continuación.

Los talleres tiene como objetivos básicos, involucrar un carácter didáctico basado en la lúdica que representa su desarrollo, dados los elementos de color y artesanía manual involucrados en el proceso de aprendizaje y generando en los estudiantes factores de interés en el trabajo coordinado por el docente.

1. Taller introductorio

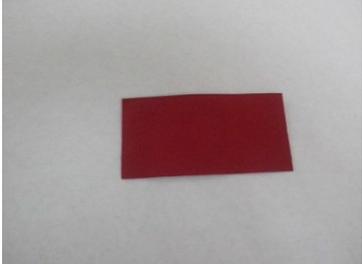
Este primer taller tiene como objetivo que el estudiante conozca los dobles fundamentales básicos utilizados en esta técnica de papiroflexia, necesarios como requisito para la posterior elaboración de cada una de las figuras modulares fundamentales en la geometría.

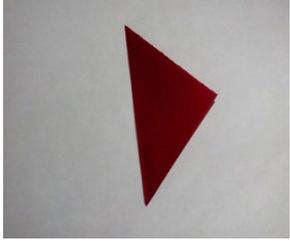
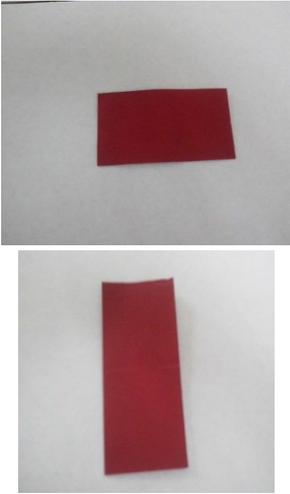
- *Objetivo práctico:* Conocer los dobles fundamentales para la elaboración de los diferentes módulos.
- *Objetivo didáctico 1:* Identificar elementos básicos como la diagonal, la perpendicularidad, la mediatriz, la figura inscrita, ángulos y vértices.
- *Objetivo didáctico 2:* Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros y áreas) del cuadrado, el rectángulo y el triángulo.
- *Materiales:* 6 hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante.

- Preguntas de control:

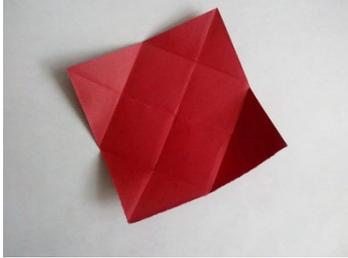
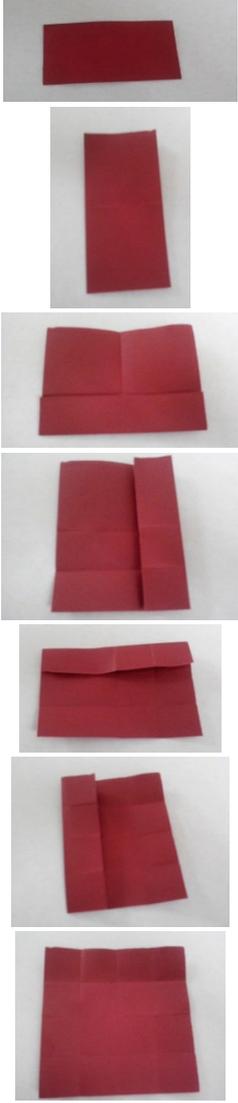
1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
2. ¿Cuáles son sus características?
3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?

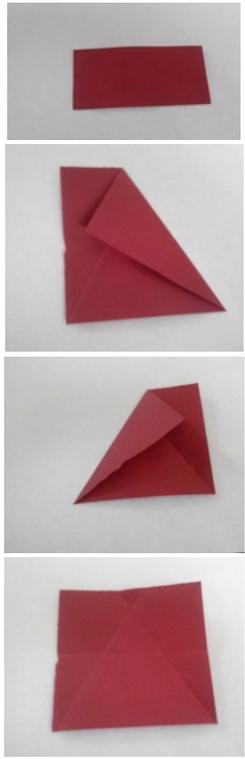
Figura 1
Taller introductorio, dobleces fundamentales

Plegado en valle:	Doblamos la parte inferior a la superior
	
Plegado en montaña:	Doblamos la parte superior a la inferior
	

<p>Diagonal</p>	<p>Unimos dos vértices no consecutivos del papel</p>
	
<p>Perpendicularidad</p>	<p>Doblamos la hoja por las dos mitades</p>
	
<p>Mediatriz</p>	
<p>Al tener dos líneas perpendiculares, es decir dividir la hoja en cuatro cuadrados, podemos doblar por las dos diagonales y obtener longitudes que tienen la misma medida.</p>	

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

<p>Cuadrado regular inscrito</p>	
<p>Si llevamos las cuatro esquinas de la hoja de papel al centro obtenemos un cuadrado regular inscrito.</p>	
<p>Cuadrícula o ajedrezado</p>	
<p>Doblamos ambas mitades y luego llevamos cada uno de los lados a la mitad de la hoja.</p>	

Triangulo equilatero	
<p>Marcamos una mitad del cuadrado. Llevamos uno de los vertices sobre esta mitad teniendo en cuenta el vertice continuo a este. Luego realizamos el mismo proceso con las esquinas contrarias y los cruces definen el triangulo equilatero.</p>	 <p>The image consists of four vertically stacked photographs showing the step-by-step process of folding a square piece of red paper into an equilateral triangle. 1. The top photo shows a flat square piece of red paper. 2. The second photo shows the top-left corner folded towards the center of the top edge. 3. The third photo shows the top-right corner folded towards the center of the top edge, creating a smaller square with a triangle on top. 4. The bottom photo shows the final result: a square piece of paper with a large equilateral triangle formed by the folds in the center.</p>

En el aprendizaje de las técnicas manuales se introducen de manera simultánea dos objetivos didácticos:

Con el primer objetivo el estudiante, al hacer los dobleces, ha de identificar conceptos geométricos elementales como la diagonal, la perpendicularidad, la mediatriz, la figura inscrita, los ángulos y los vértices.

Un segundo objetivo didáctico permite que el estudiante analice los atributos de composición de terceras figuras y de propiedades de métrica en geometría como son los perímetros y las áreas de las figuras cuadradas, rectangulares y triangulares.

Cada uno de los estudiantes cuenta con seis (6) hojas cuadradas de papel no tóxico ni decolorante, para plegado y con grosor de 60 gramos.

Las preguntas de control están diseñadas para que, mediando el trabajo de coordinación del docente, se pueda valorar cualitativamente la incidencia positiva del proceso introductorio de la técnica en el estudiante.

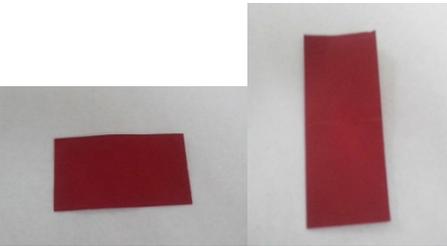
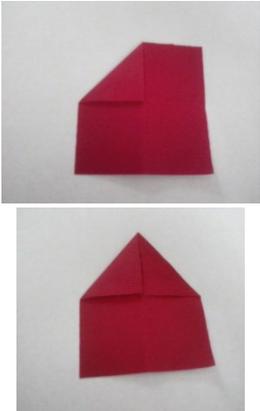
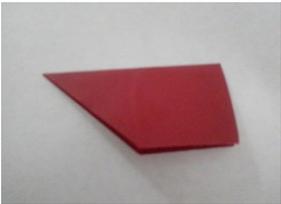
1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
2. ¿Cuáles son sus características?
3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?

2. Taller 1: Polígonos y bidimensionales

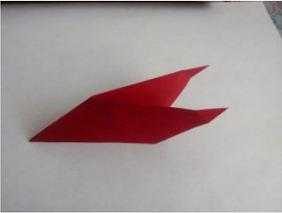
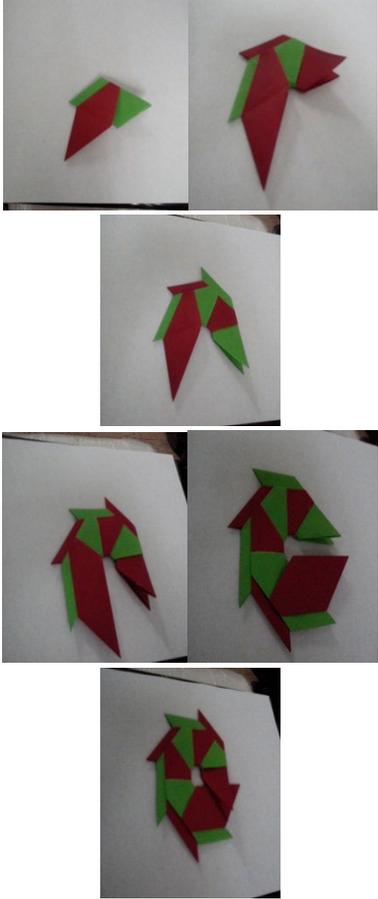
- *Objetivo práctico:* Generar aprestamiento en el doblar.
- *Objetivo didáctico 1:* identificar elementos básicos de polígonos (cuadrado, paralelogramo, hexágono y octágono).
- *Objetivo didáctico 2:* Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros y áreas) del cuadrado y el triángulo.
- *Materiales:* Ocho (8) hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante.
- *Preguntas de control:*
 1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
 2. ¿Cuáles son sus características?
 3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
 4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?

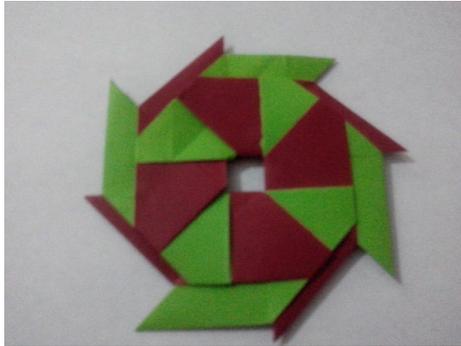
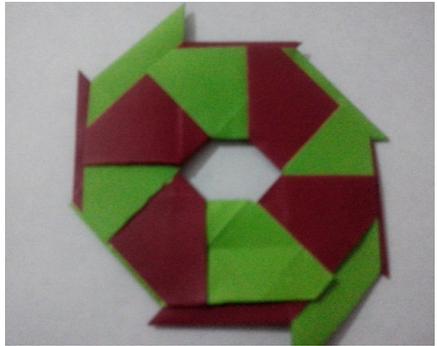
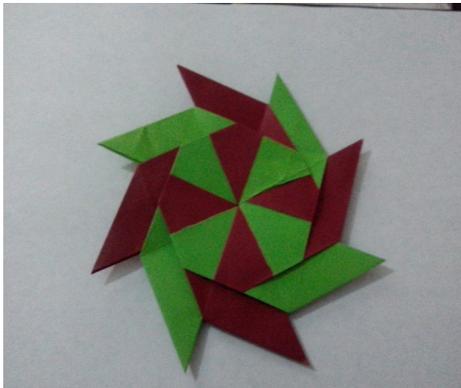
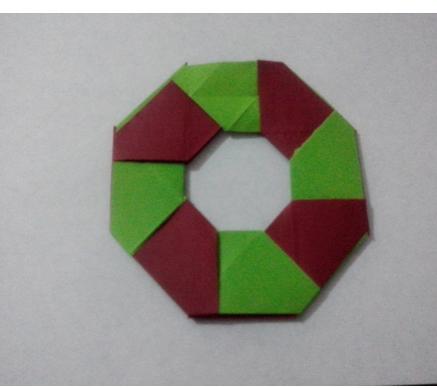
Nota: Esta figura fue ideada por ROBERT WEALE y tiene una doble función: es una estrella octogonal (ocho puntas) que al abrir sus módulos se convierte en un octágono regular.

Figura 2
Taller 1, octágono estrellado

1. Tomamos un cuadrado	2. Lo doblamos por las dos mitades
	
3. Plegamos hacia adelante los vértices superiores llevándolos hasta la mitad	4. Con estos dobleces realizados nuevamente doblamos el modulo por la mitad
	
5. Llevamos el extremo izquierdo del modelo hacia adelante formando un paralelogramo	6. Desdoblamos el modulo hasta llegar nuevamente a la mitad observando el triángulo que se formó en la parte inferior
	

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

<p>7. Tomamos el modulo por la punta y simultáneamente metemos el triángulo que se formó en la parte inferior</p>	<p>8. Realizamos ocho módulos siguiendo los procesos mencionados y ensamblamos como se muestra a continuación doblando las aletas sobrantes.</p>
	

<p>9. Al ensamblar el octagono en el centro podemos observar como se forma un cuadrado poligono de cuatro lados).</p>	<p>Y un hexagono (poligono de seis lados)</p>
	
<p>Octagono estrellado</p>	<p>Octagono regular</p>
	

Este taller busca utilizar el doblez del papel para obtener la representación de los polígonos básicos a través de dos objetivos:

El primer objetivo didáctico que alcanza el estudiante es la identificación de elementos básicos como el cuadrado, el paralelogramo, el hexágono y el octágono. En el logro de un segundo objetivo, el estudiante analiza los atributos de composición de terceras figuras y de reconocimiento de propiedades métricas de perímetro y área en el cuadrado y el triángulo.

En el desarrollo de este taller el estudiante utiliza como material ocho (8) hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico ni decolorante.

Las preguntas de control permiten que el docente, pueda valorar cualitativamente el alcance de los objetivos del taller por parte del estudiante.

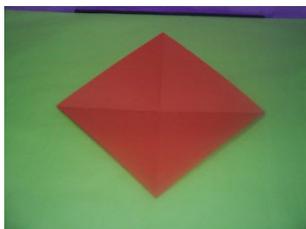
1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
2. ¿Cuáles son sus características?
3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?

3. Taller 2: Sólidos y tridimensionales

- *Objetivo práctico:* Ensamble de una figura sólida.
- *Objetivo didáctico 1:* identificar elementos básicos de un hexaedro como vértices, caras y aristas.
- *Objetivo didáctico 2:* Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros, áreas y volumen) del hexaedro.
- *Materiales:* 3 hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante.
- *Preguntas de control:*
 1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
 2. ¿Cuáles son sus características?
 3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
 4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
 5. ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

Figura 3
Taller 2.1, cubo de tres módulos

1. Partimos de una hoja cuadrada



2. Doblamos las diagonales



3. Llevamos vértices opuestos al centro

4. Doblamos los lados formados a la diagonal

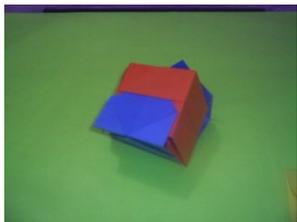


5. Vértices opuestos al centro

6. Debe formarse un cuadrado



7. Deben hacerse tres módulos



8. Cada pestaña debe ir con su bolsillo como se muestra en la fig.



9. Se unen los tres módulos de la misma forma y la fig. queda terminada

El taller pretende como objetivo práctico, realizar el ensamble de una figura sólida. Mediante este aprendizaje se obtienen dos objetivos didácticos:

El objetivo didáctico 1, permite al estudiante identificar elementos básicos de un hexaedro como son los vértices, las caras y las aristas. El objetivo didáctico 2, provee la capacidad de analizar los atributos de dichas figuras fundamentales mediante la composición de terceras figuras. Igualmente le permite al estudiante evidenciar en ellas sus propiedades métricas en términos de perímetros, áreas y volúmenes, a través del hexaedro.

El estudiante utiliza como materiales básicos tres (3) hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, ni decolorante.

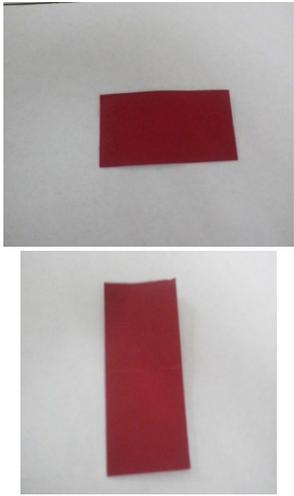
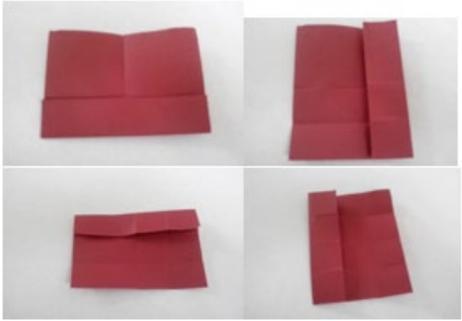
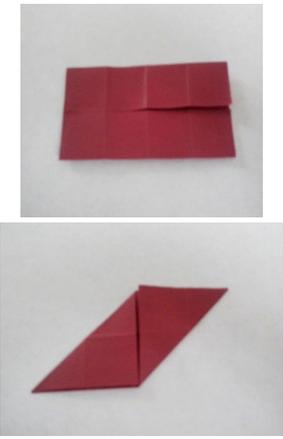
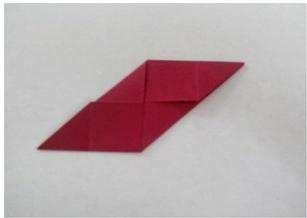
Las preguntas de control a ser utilizadas por el docente buscan confirmar la identificación lograda, las características geométricas de las figuras identificadas, los cambios que se producen en sus mediciones en dos y tres dimensiones.

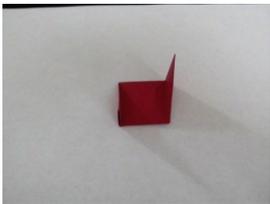
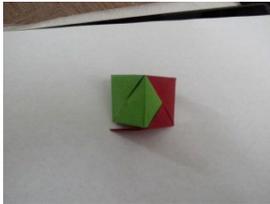
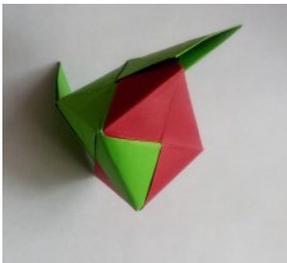
1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
2. ¿Cuáles son sus características?
3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
5. ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

- *Objetivo práctico:* ensamblar una figura sólida.
- *Objetivo didáctico 1:* identificar elementos básicos de un rombo (bidimensional) y un hexaedro (tridimensional) como vértices, caras y aristas.
- *Objetivo didáctico 2:* Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros, áreas y volumen) del hexaedro.
- *Materiales:* Seis (6) hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante.
- *Preguntas de control:*
 1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
 2. ¿Cuáles son sus características?
 3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
 4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
 5. ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

Nota: Nessun Texto descriptivo. Este modelo fue creado por TOCHIE TAKAJAMA. A partir de este módulo podemos formar cubos, octágonos y decágonos.

Figura 4
Taller 2.2, cubo de seis módulos

<p>1. Doblamos un cuadrado por la mitad</p>	<p>2. Llevamos los lados a la mitad de la hoja</p>
	
<p>3. Luego formando un rectángulo y teniendo en cuenta partir siempre por la misma esquina doblamos de tal manera que formemos un paralelogramo.</p>	<p>4. Para darle firmeza al módulo levantamos un poco la aleta y aseguramos cada una de las puntas.</p>
	

<p>5. Volteamos la figura y doblamos de modo que formemos un rombo.</p>	<p>6. Realizamos seis módulos iguales y ensamblamos como se ve a continuación.</p>
	
<p>7. A medida que se van ensamblando los módulos se puede observar que el cubo tiene seis caras, 12 aristas y ocho vértices.</p>	<p>8. Cubo ensamblado.</p>
	

Nota: Se aportan como información complementaria unos talleres diseñados como avanzados (anexo 2).

Dicho talleres no fueron utilizados en la intervención pedagógica, dado que consisten en figuras combinatorias de las figuras básicas que ya han sido previstas en los talleres introductorios 1 y 2.

El taller busca obtener el objetivo práctico de que el estudiante pueda realizar el ensamble de una figura sólida. Mediante dicho aprendizaje se obtienen dos objetivos didácticos. El objetivo didáctico 1, permite que al estudiante identificar elementos básicos como vértices, caras y aristas a través de dos figuras que son el rombo (bidimensional) y el hexaedro (tridimensional). El objetivo didáctico 2, ha de permitir que el estudiante analice los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros, áreas y volumen) mediante las figuras previstas.

Los materiales consisten en seis (6) hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico ni decolorante.

A través de las preguntas de control se debe confirmar la identificación lograda, las características geométricas de las figuras identificadas, así como los cambios que se producen en la medición bidimensional y tridimensional.

1. ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
2. ¿Cuáles son sus características?
3. ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
4. ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
5. ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

D. Etapa 3: Aplicación del pos-test

Etapa 3: Aplicación de un pos-test en los dos grupos de muestra con el fin de identificar los conocimientos alcanzados luego de la implementación de la etapa de intervención pedagógica. Pasado un período de dos (2) meses, de acuerdo con el plan curricular, la etapa de intervención fue culminada. Se procedió a aplicar la prueba final de contraste representada en el pos-test cuyos resultados se presenta a continuación. Los resultados del grupo control fueron los siguientes:

Tabla 6
Tabulado de resultados de aplicación del pos-test
(grupo control)

Pregunta	Correctas	Incorrectas
1	26	9
2	22	13
3	28	7
4	25	10
5	30	5
6	23	12
7	18	17
8	30	5

9	24	11
10	23	12
11	16	9
12	30	5
13	29	6
14	26	9
15	15	20

Los resultados del grupo experimental fueron tabulados y se presentan a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 7
Tabulado de resultados de aplicación del pos-test
(grupo experimental)

Pregunta	Correctas	Incorrectas
1	29	6
2	30	5
3	33	2
4	26	9
5	32	3
6	31	4
7	27	8
8	30	5
9	28	7
10	25	10
11	21	14
12	33	2
13	34	1
14	33	2
15	27	8

E. Etapa 4: Intervención didáctica

Etapa 4: Evaluación de la hipótesis de existencia de diferencias significativas en los resultados pre-test y pos-test entre los grupos experimental y de control.

CAPÍTULO CUARTO

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

El procedimiento de análisis de los datos y/u otra información reunida, se realizó mediante proporciones y gráficos de estadística descriptiva y la prueba de hipótesis mediante pruebas de estadística analítica, para confirmación de posibles diferencias significativas entre los grupos de muestra.

De los resultados descriptivos a continuación se observa un claro incremento en la evaluación obtenida por los dos grupos en la prueba pos-test frente a la prueba pre-test.

Tabla 8
Tabulado de resultados de contraste pre-test - pos-test
(grupo control)

Pregunta	Correctas %	Correctas %
1	62,86	74,29
2	48,57	62,86
3	80,00	80,00
4	65,71	71,43
5	91,43	85,71
6	48,57	65,71
7	37,14	51,43
8	85,71	85,71
9	31,43	68,57
10	51,43	65,71
11	40,00	64,00
12	82,86	85,71

13	80,00	82,86
14	71,43	74,29
15	34,29	42,86
Promedio	60,76	70,74

Tabla 9
Tabulado de resultados de contraste pre-test - pos-test
(grupo experimental)

Pregunta	Correctas %	Correctas %
1	42,86	82,86
2	31,43	85,71
3	85,71	94,29
4	48,57	74,29
5	82,86	91,43
6	51,43	88,57
7	31,43	77,14
8	77,14	85,71
9	22,86	80,00
10	42,86	71,43
11	28,57	60,00
12	88,57	94,29
13	82,86	97,14
14	62,86	94,29
15	22,86	77,14
Promedio	53,52	83,62

Es así como el grupo control obtuvo una mayor calificación promedio en el pre-test en contraste con la obtenida por el grupo experimental. Sin embargo, el grupo experimental supera ampliamente la calificación promedio en el pos-test. El incremento absoluto de calificación del grupo control entre las dos pruebas fue de 9,98; mientras que el grupo experimental alcanzó una mejora absoluta equivalente al 30,10.

Tabla 10
Valores t para prueba de diferencias significativas

Pregunta	Pre-test		Pos-test	
	Tasa éxito		Tasa éxito experimental/control	
	experimental/control	t =	Valor esperado	
1	0,68	36,62	1,17	1,12
2	0,65	58,73	1,43	1,36
3	1,07	12,43	1,24	1,18
4	0,74	26,41	1,09	1,04
5	0,91	16,00	1,12	1,07
6	1,06	26,67	1,42	1,35
7	0,85	54,54	1,58	1,50
8	0,90	11,22	1,05	1,00
9	0,73	37,25	1,23	1,17
10	0,83	23,05	1,14	1,09
11	0,71	20,21	0,98	0,94
12	1,07	6,44	1,16	1,10
13	1,04	14,62	1,23	1,17
14	0,88	33,88	1,33	1,27
15	0,67	91,55	1,89	1,80

La hipótesis de investigación afirma que existen diferencias significativas en la evaluación de conocimientos en geometría-métrica entre grupos homogéneos y como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia. Es así como los resultados muestran que dicha hipótesis se confirma en términos absolutos, aunque los términos relativos de estadística analítica, bajo prueba t de Student, no demostrarían diferencias significativas en la evaluación de conocimientos en geometría-métrica entre grupos homogéneos y como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia.

Tabla 11
Variables de investigación

Variables	Descripción	Indicador
Variable independiente o experimental	Taller 0	
	Taller 1	
	Taller 2	
Variable independiente moderadora	Conocimientos previos	
Variable dependiente	Tasa de éxito experimental/control	% resp correc grupo experimental / % resp correc grupo control
Variables dependientes moderadoras		Competencias según pregunta
Variable interviniente		% respuestas correctas

Dado que los dos grupos contrastados pueden representar una muestra que, al no ser obtenida aleatoriamente, no representa una distribución normal y, además que no se busca determinar un parámetro en especial, una prueba válida para confirmación de diferencias podría ser de índole no paramétrica para este caso de dos muestras independientes.

Tabla 12
Clasificación de competencias según tipo de pregunta

Pregunta	Competencia según pregunta
1	Ab
2	C
3	R
4	IP
5	C
6	M
7	IP
8	C
9	IP
10	IP

11	IP
12	IP
13	Ab
14	IP
15	IP-Ab -A

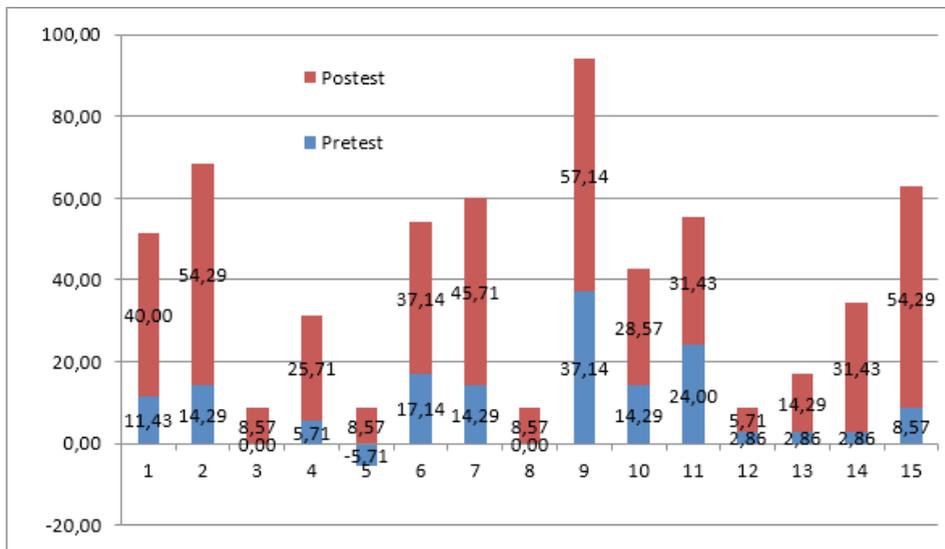
Convención de competencias según pregunta:

Indicador	Competencia
M	Manipulación
A	Asociación
C	Construcción
IP	Identificación de propiedades
R	Relación
Ab	Abstracción

Fuente: La autora, con base en el instrumento de evaluación diseñado.

Con los criterios en el diseño de las preguntas, podría afirmarse que las pruebas pre-test y pos-test miden el alcance de competencias en la identificación de propiedades (8 de 15 preguntas) y la construcción geométrica (3 de 15) principalmente.

Figura 5
Grupo experimental/grupo control:
diferencia significativa absoluta pos-test/pre-test



En términos absolutos, la prueba pre-test mostró diferencia positiva en la evaluación del grupo experimental frente al grupo control.

Sin embargo, en la prueba pos-test, dicha diferencia superó altamente la primera evaluación del grupo experimental mostrando diferencia significativa frente al grupo control.

CONCLUSIONES

El desarrollo del trabajo ha permitido, respecto al objetivo de determinar los referentes curriculares respecto del tema de aplicación de las técnicas de papiroflexia a la enseñanza de la geometría, precisar los siguientes:

- La aplicación de este tipo de herramientas didácticas tiene un enfoque práctico que consiste en una forma de investigación-acción en la acción, a la manera de STENHOUSE, con un papel activo del docente en la enseñanza en el cual los procedimientos, conceptos y criterios configuran una estructura curricular propia.
- El rol del docente es autonómico y libre, en la propuesta de un propósito educativo que puede ser llevado a la práctica y, como lo expresa ZABALZA, representa una forma de planeamiento conectada a los recursos del medio ambiente.
- Dentro de una perspectiva de formación por ciclos, se aplica la papiroflexia en concordancia con la impronta de “interacción social y construcción de mundos posibles”, propia del grado 6.º y en acuerdo con los lineamientos de la Secretaría de Educación Distrital.
- Se acogen el doblado y el recorte de papel como apoyos a la función heurística de las figuras de la geometría euclidiana, dentro de las limitantes encontradas por VASCO, y a soluciones a problemas de una geometría tridimensional. La técnica de papiroflexia contribuye a llenar los vacíos didácticos que VASCO analizaba acerca del doblado y el recorte de papel respecto al aprendizaje en la geometría al no considerar soluciones de problemas a la geometría tridimensional y no euclidiana.

- Se reitera el papel de mediador fundamental desarrollado por el docente, en el plano cognitivo y en el de investigación y experimentación de alternativas curriculares diferentes, en acuerdo con PORLAN.
- Se acoge la metodología del descubrimiento inicialmente observada por Merino e incluida por Ausubel como un tipo de aprendizaje que permite desarrollos curriculares específicos en el camino pedagógico de un aprendizaje significativo.

En cuanto al objetivo de determinar también los recursos didácticos aportados por las técnicas de papiroflexia a involucrar en la estrategia pedagógica para la enseñanza de la geometría:

- Se aplica el modelo Van Hiele, sus aspectos descriptivo y prescriptivo, específico para la enseñanza de la geometría. Descriptivo, en sus niveles de visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor. Prescriptivo, en sus niveles de información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.
- Se reafirman los niveles crecientes de desarrollo mental en geometría según el modelo Van Hiele en cuanto a la evolución del razonamiento geométrico en los estudiantes desde identificación de las figuras geométricas hasta el desarrollo de razonamientos deductivos.

Respecto al objetivo de aplicar experimentalmente las técnicas didácticas de papiroflexia para la enseñanza del currículo vigente en el área de geometría-métrica:

- Se estructuró un diseño de instrumento de prueba de conocimientos mediando la identificación de las competencias alcanzadas en términos de manipulación, asociación, construcción, identificación de propiedades, relación y abstracción.
- Se diseñó e implemento una secuencia de talleres con sus correspondientes objetivos, instrumentos a utilizar y batería de preguntas de control.

Finalmente, en cuanto al objetivo de evaluar la hipótesis de diferencias significativas en grupos homogéneos como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia:

- Los resultados obtenidos confirman que el grupo experimental incrementó significativamente sus diferencias de evaluación frente al grupo experimental. Esto significa que la incidencia de la intervención en el proceso de enseñanza aprendizaje del componente de geometría en el área de matemáticas ha sido resultado de la inclusión de actividades didácticas basadas en los talleres de papiroflexia previamente diseñados para obtener tal logro.
- De acuerdo con ello, la hipótesis se confirma en términos absolutos, aunque los términos relativos, bajo prueba t de Student, no demuestran dichas diferencias significativas en la evaluación de conocimientos en geometría-métrica entre grupos homogéneos y como resultado de la aplicación de técnicas didácticas de papiroflexia. Esto, sin embargo, demuestra que los dos grupos contrastados representan una muestra que, al no ser obtenida aleatoriamente, no representa una distribución normal, lo cual es resultado mismo de la intervención didáctica.

I. ALCANCES Y LIMITACIONES

Los alcances del estudio son los mismos del diseño de la prueba. Son aplicables únicamente a grupos de estudiantes de grado 6.º, con la condición de aplicación de los talleres previstos en esta investigación.

Las limitaciones del estudio están solo en el tamaño de muestra que representan los dos grupos, de control y experimental, con 15 sujetos cada uno.

Su aplicación solo está dirigida a poblaciones estudiantiles de estrato socioeconómico 1 y 2, bajo del concepto de escuelas críticas.

II. APORTES DE LA INVESTIGACIÓN

- En resumen, en el aspecto pedagógico, la confirmación de la hipótesis planteada representa la evidencia de un aprendizaje significativo al evaluar el pos-test y sus diferencias significativas frente a la prueba pre-test, que reconoce los elementos previos de grado 5.º al inquirir sobre ellos, y mejorando su percepción y comprensión mediando el proceso de intervención aplicado.
- Se agregan al doblado y el recorte de papel el ensamble de figuras como soluciones a problemas de una geometría tridimensional no euclidiana.
- Se aplica el modelo Van Hiele, sus aspectos descriptivo y prescriptivo, específico para la enseñanza de la geometría.
- Se estructura un instrumento de prueba de conocimientos mediante la identificación de las competencias de manipulación, asociación, construcción, identificación de propiedades, relación y abstracción.
- Se diseña una secuencia de talleres de papiroflexia orientados a las figuras fundamentales de la geometría, con sus correspondientes objetivos, instrumentos a utilizar y preguntas de control.
- Se proporciona una metodología de investigación y acción a través de la cual se produce el diseño curricular basado en un proceso de aprendizaje por descubrimiento, conducente, finalmente, al aprendizaje significativo de la geometría-métrica.

BIBLIOGRAFÍA

- ALSINA, CLAUDI. *Geometría y la realidad*, Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña. En línea: [www.jorge-fernandez.es/charlas/unirioja/varios/geometria_realidad.pdf].
- GARCÍA AMADEO, GRACIELA y NORA SANTARELLI. “Los procesos metacognitivos en la resolución de problemas y su implementación en la práctica docente”, *Educación Matemática*, vol. 16, n.º 2, México, Santillana, 2004.
- GOYES, ISABEL. *La enseñanza en Colombia 1886-1980*, San Juan de Pasto, Universidad de Nariño, 2010.
- HIELE, P. M. VAN. “La pensée de l’enfant et la géométrie”, *Bulletin de Z’APMEP*, n.º 198, París, Association des Professeurs de Mathématiques de l’Enseignement Public, 1959.
- LASTRA, SONIA. *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*, Santiago, Universidad de Chile, 2005.
- LÓPEZ ESCUDERO, OLGA y SILVIA GARCÍA PEÑA. *La enseñanza de la geometría*, México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2008.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Serie lineamientos curriculares*, Bogotá, MEN, 1998.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *ICFES mejor saber, aplicación matemática grado 5.º*, Bogotá, MEN, 2002.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*, Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia, Bogotá, MEN, 2004.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *ICFES mejor saber, aplicación mayo, matemática 1 grado 5.º*, Bogotá, MEN, 2009.

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *ICFES mejor saber, aplicación octubre, matemática 2 grado 5.º*, 2009.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Pruebas saber*, Bogotá, MEN, 2012. En línea: [www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-244735.html].
- MERINO, GRACIELA. *Enseñar ciencias naturales en el tercer ciclo de la EGB*, Buenos Aires, Edit. Aique, 1998.
- PORLAN, RAFAEL y JOSÉ MARTÍ. *El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula*, 1992.
- SAWADA, TOSHIO. *Geometría y realidad*, cit. por CLAUDI ELSINA, Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña.
- SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO. "La estructura de los ciclos", en *Documento pertinencia y pertenencia del currículo para la reorganización de la enseñanza por ciclos*, Bogotá, SED, Equipo de Calidad de San Cristóbal, 2012.
- SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO. *Reorganización curricular por ciclos. Referentes conceptuales y metodológicos Transformación de la enseñanza y desarrollo de los aprendizajes comunes y esenciales de los niños, niñas y jóvenes, para la calidad de la educación*, Bogotá, SED, 2012.
- STENHOUSE, LAWRENCE. *La investigación como base de la enseñanza*, 5.ª ed., Madrid, Morata, 1987.
- STENHOUSE, LAWRENCE. *Investigación y desarrollo del currículum*, 4.ª ed., Madrid, Morata, 2007.
- SUÁREZ SOTOMONTE, PUBLIO y ALFONSO RAMÍREZ VANEGAS. "Exploración de sólidos a partir de sistemas de representación", *Revista Praxis & Saber*, Tunja, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, 2011.
- UNESCO. "Estudios en educación matemática", *La geometría en las escuelas*, vol. 5, ROBERT FLORRIS (Ed.) 1986.
- VASCO, CARLOS EDUARDO. "Geometría activa y geometría de las transformaciones", *Revista de La Facultad de Ciencia y Tecnología*, vol. 2, Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 1992.
- VILLARROEL, SILVIA y NATALIA SGRECCIA. "Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de secundaria", *Revista Didáctica de las Matemáticas*, vol. 78, España, Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas, 2011.
- ZABALZA, MIGUEL ANGEL. *Diseño y desarrollo curricular*, Madrid, Narce Ediciones, 2009.

ANEXOS

I. PRUEBA ENSEÑANZA APRENDIZAJE A TRAVÉS DE DIDÁCTICA DE PAPIROFLEXIA

**ÁREA DE MATEMÁTICAS DE LA GEOMETRÍA-MÉTRICA:
DIRIGIDA A ALUMNOS DEL GRADO 6° DEL IEDIP**

CONFIDENCIAL:

Este cuestionario se utilizará exclusivamente con fines estadísticos para investigación de carácter académico en el:

**PROGRAMA DE POSTGRADO
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN, MENCIÓN CURRÍCULO Y COMUNIDAD EDUCATIVA**

Investigador responsable:
GINA BIBIAN MORENO HENAO

Datos generales

Prueba: pre-test ____ pos-test ____

Nombre alumno _____

Edad ____ Género M ____ F ____

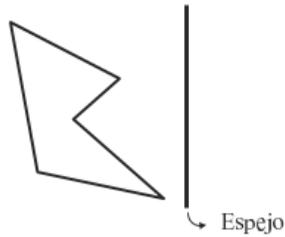
Grupo ____

Contesta las preguntas descritas a continuación (tienes un tiempo suficiente de dos horas).

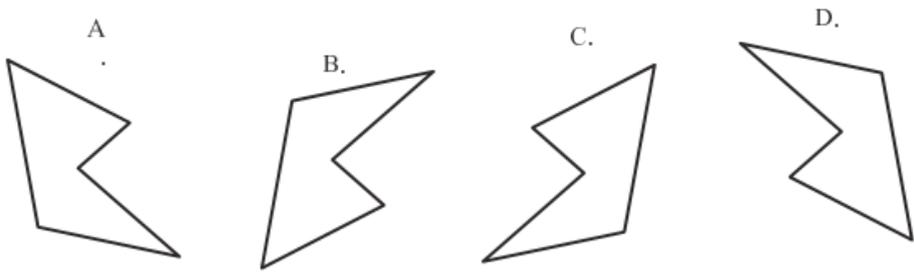
Por favor señala claramente tus respuestas con una X

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

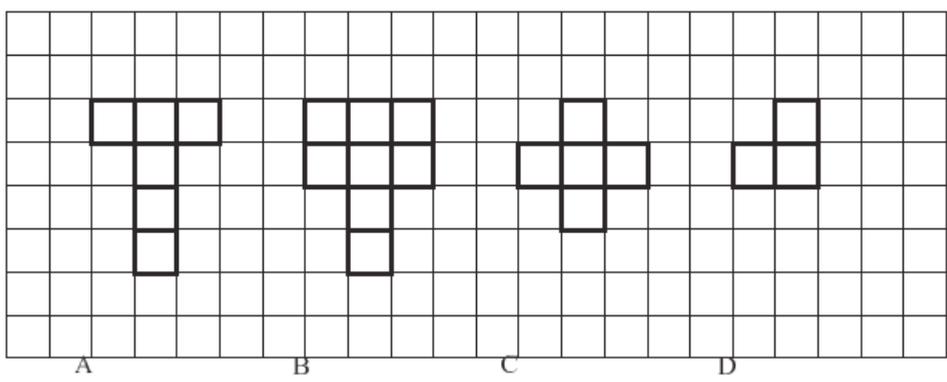
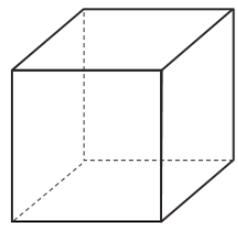
1. Se coloca una figura frente a un espejo, como lo muestra el dibujo.



De las siguientes figuras la que representa la imagen que se observa en el espejo es:

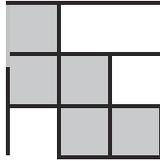


2. Si se desdobra un cubo como el que se muestra, señala ¿cuál figura se obtiene?



3. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene la misma forma y la misma área de la figura 1?

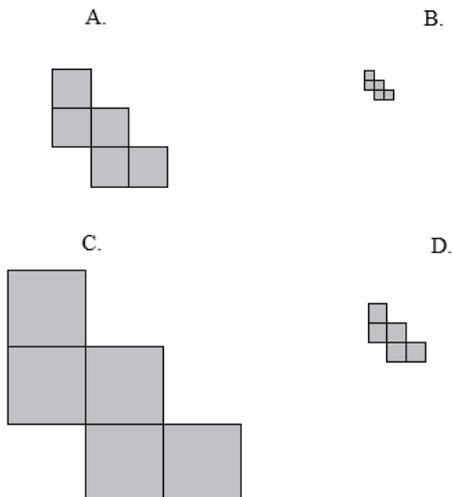
Observa la figura 1



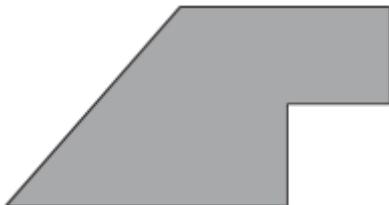
Selecciona la respuesta que consideras correcta:



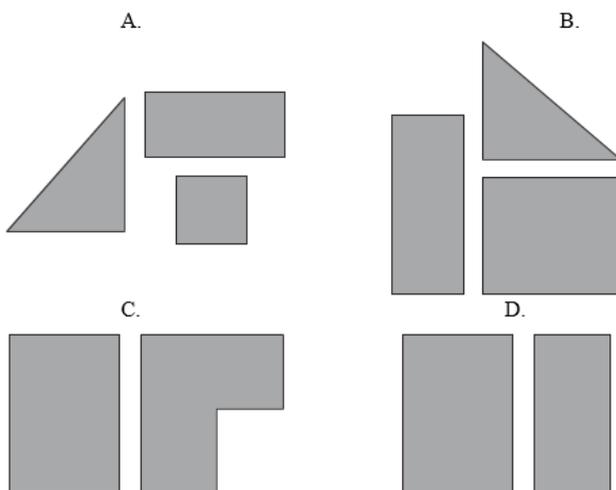
4. Se amplía la figura 1 (de la anterior pregunta) duplicando la medida de sus lados. Señala ¿cuál de las siguientes figuras corresponde a la ampliación?



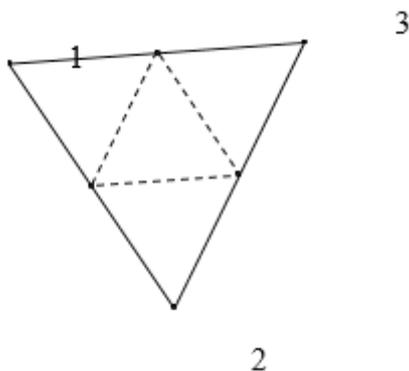
5. Observa detenidamente la siguiente figura:



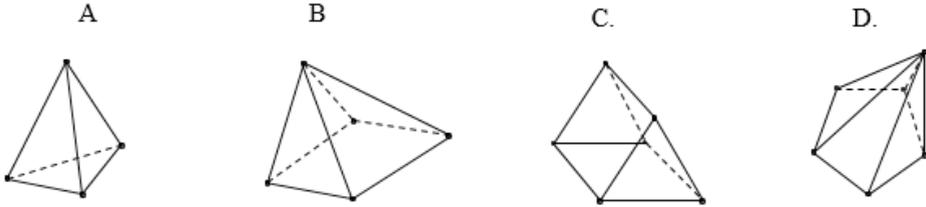
Señala ¿cuál de los siguientes grupos de piezas utilizarías para armar la figura anterior?



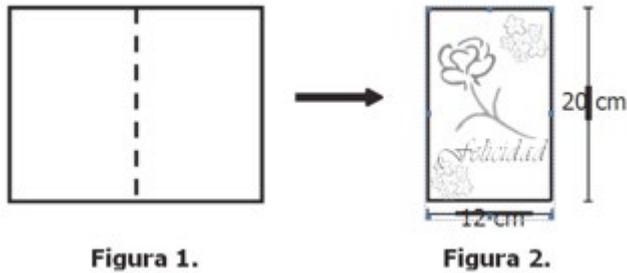
6. Milena construyó un sólido haciendo dobleces por las líneas punteadas y pegando las puntas marcadas con los números 1, 2 y 3, mostrados en el siguiente molde:



Señala ¿cuál de las siguientes figuras muestra el sólido que construyó Milena?



7. Para elaborar una tarjeta de felicitación, Marta dobló una hoja de papel por la mitad, como se indica a continuación:

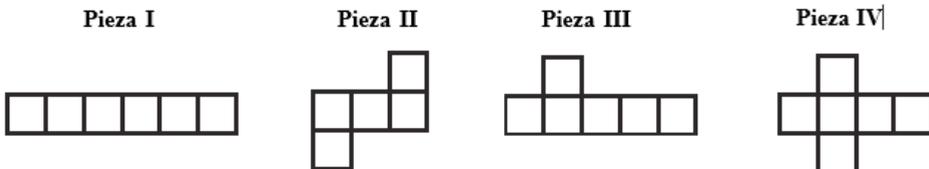


La tarjeta tiene las medidas indicadas en la figura 2.

Señala ¿cuáles son las medidas de los lados de la hoja que Marta dobló?

- A. 10 cm. y 6 cm.
- B. 20 cm. y 24 cm.
- C. 20 cm. y 6 cm.
- D. 10 cm. y 12 cm.

8. Se quiere construir un cubo haciéndole dobleces a alguna de estas piezas:

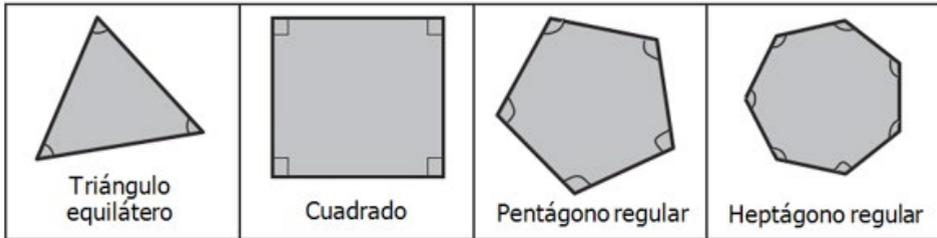


Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

Señala: ¿Cuál de las piezas debe seleccionar para construir el cubo?

- A. La pieza I
- B. La pieza II
- C. La pieza III
- D. La pieza IV

9. Observa los ángulos de las siguientes figuras:



Señala ¿cuál de las figuras tiene ángulos agudos?

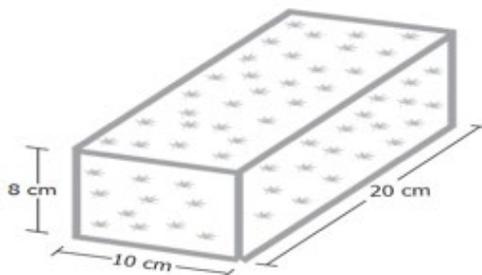
- A. El triángulo equilátero
- B. El cuadrado
- C. El pentágono regular
- D. El heptágono regular

10. ¿Cuál de las figuras que se encuentran en la pregunta anterior tiene lados paralelos?

Señala:

- A. El triángulo equilátero
- B. El cuadrado
- C. El pentágono regular
- D. El heptágono regular

11. Mariana decoró una caja de regalo y pegó en todos sus bordes una cinta roja. La caja tiene las medidas indicadas en la figura.



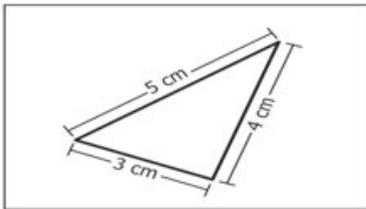
¿Qué longitud de cinta necesitó Mariana para decorar la caja?

Señala:

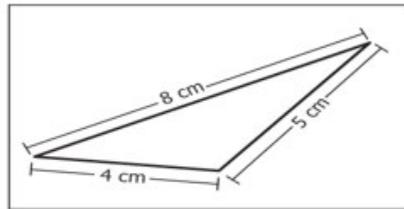
- A. 14 cm.
- B. 136 cm.
- C. 144 cm.
- D. 152 cm.

12. Señala ¿Cuál de los siguientes triángulos tiene 12 centímetros de perímetro?

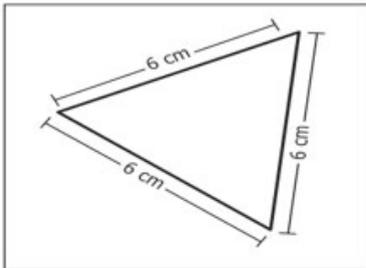
A.



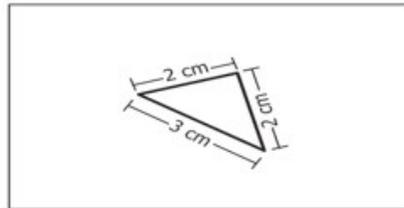
B.



C.

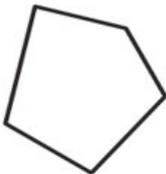


D.



13. Observa los siguientes polígonos:

I



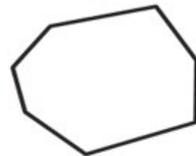
II



III



IV

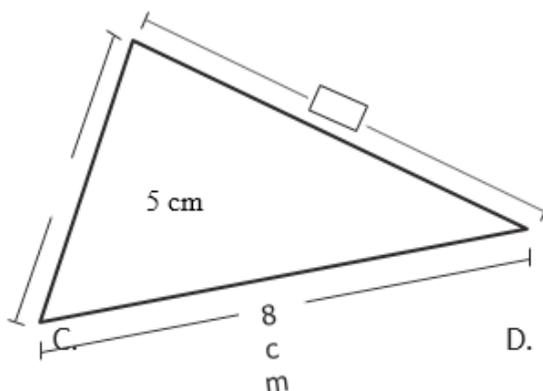


Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

Señala de los siguientes pares de respuestas ¿cuáles de estos polígonos tienen más de cuatro lados?

- A. I y III
- B. I y IV
- C. II y IV
- D. II y III

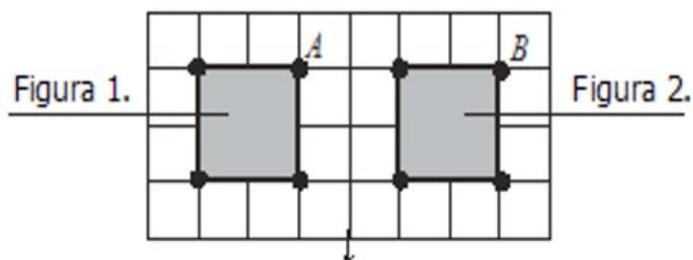
14. El perímetro del triángulo que se muestra a continuación es 20 centímetros.



De las siguientes ¿Cuál es la medida que debe escribirse en el ?

- A. 5 cm.
- B. 7 cm.
- C. 13 cm.
- D. 20 cm.

15. La figura 2 es la imagen de la figura 1 en el espejo.



Observa: ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdadera(s)?

- I. Los perímetros de las dos figuras son iguales.
- II. Las áreas de las dos figuras son iguales.
- III. La imagen del punto A es el punto B.

Selecciona la respuesta que crees correcta:

- A. I solamente.
- B. II solamente.
- C. I y II solamente.
- D. II y III solamente.

II. TALLERES AVANZADOS DE APRENDIZAJE A TRAVÉS DE DIDÁCTICA DE PAPIROFLEXIA

TALLER 3 **MULTIROMBO** **OCTAEDRO**

Objetivo práctico: Realizar el ensamble de figuras sólidas (octaedro) a partir de un módulo doble.

Objetivo didáctico 1: Identificar elementos básicos de un octaedro (tridimensional) como vértices, caras y aristas.

Objetivo didáctico 2: Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros, áreas y volumen) de las figuras resultantes.

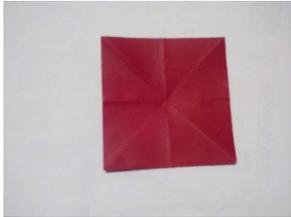
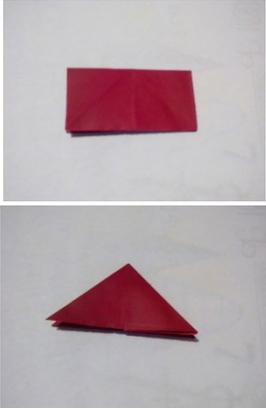
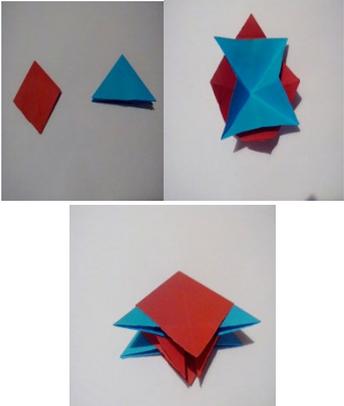
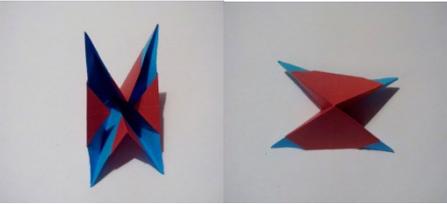
Materiales: 12 hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante.

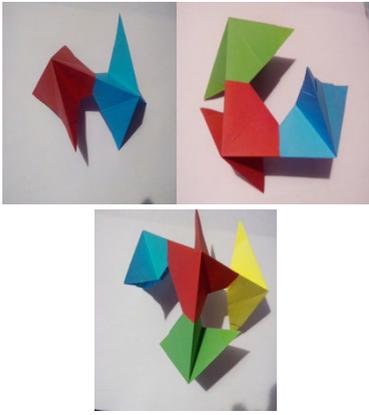
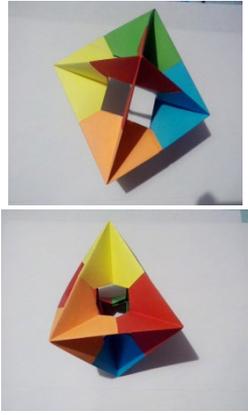
Preguntas de control:

- ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
- ¿Cuáles son sus características?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
- ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

Nota: Esta figura geométrica fue ideada por LEWIS SIMÓN. Nos da la sensación de que está compuesta por rombos que se ven entrecruzados, de ahí su nombre. Esta figura consta de seis módulos, cada uno compuesto por dos elementos, uno en forma de rombo y otro en forma de triángulo.

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

<p>1. Partimos de un cuadrado, el cual doblamos por las dos mitades y las dos diagonales.</p>	<p>2. La primer parte del módulo se dobla por una de las diagonales obteniendo un triángulo.</p>
	
<p>3. Las dos partes externas del anterior triángulo las llevamos hacia su interior hasta obtener un rombo (módulo sencillo).</p>	<p>4. El segundo módulo lo conseguimos doblando el papel por la mitad y llevando las partes externas del mismo para obtener un triángulo (módulo sencillo).</p>
	
<p>5. El triángulo se ensambla dentro del rombo para integrar un módulo doble.</p>	<p>6. De esta manera queda el modulo final</p>
	

<p>7. Se ensambla colocando en cada punta de un módulo doble, los otros módulos dobles y cerrándolos entre si</p>	<p>8. Vista de la figura final, al interior de la cual se observa un sólido geométrico identificable.</p>
	

DODECAEDRO

Objetivo práctico: Realizar el ensamble de figuras sólidas (dodecaedro) a partir de un módulo doble.

Objetivo didáctico 1: Identificar elementos básicos de un dodecaedro (tridimensional) como vértices, caras y aristas.

Objetivo didáctico 2: Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros, áreas y volumen) de las figuras resultantes.

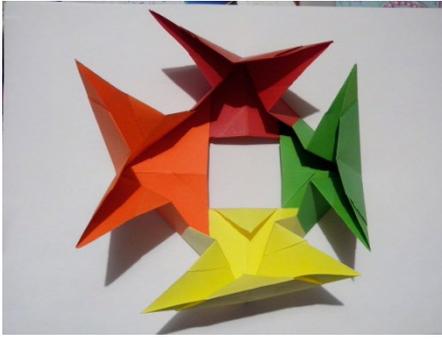
Materiales: 24 hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante.

Preguntas de control:

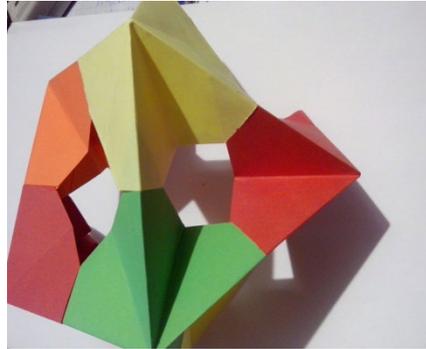
- ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
- ¿Cuáles son sus características?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
- ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

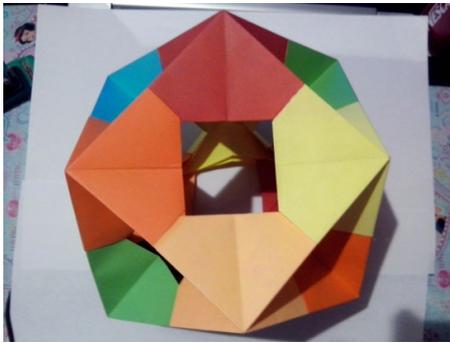
1. Realizando el mismo proceso que en la figura anterior unimos los módulos de modo que formemos una cara cuadrada.



2. Y luego formamos cuatro caras triangulares.



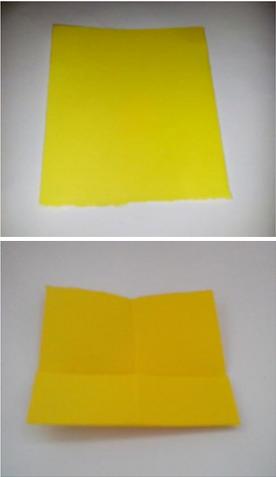
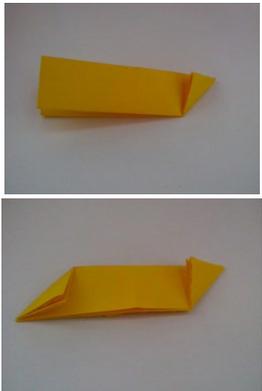
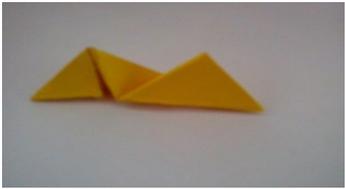
3. Al final la figura se ve de la siguiente forma.



TALLER 4

ESFERA CON VENTANAS PENTAGONALES

Esta figura volumétrica se elabora con 30 módulos

<p>1. Tomamos un cuadrado, marcamos mitad y desdoblamos. Luego llevamos los lados hacia el centro.</p>	<p>2. Doblamos el modulo en forma de M.</p>
	
<p>3. Doblamos las esquinas contrarias formando triángulos.</p>	<p>4. Finalmente completamos los triángulos con sus lados correspondientes.</p>
	

5. Doblamos 30 módulos y ensamblamos de a tres en forma de pirámide.	6. Continuamos ensamblando hasta construir caras pentagonales.
	

TALLER 4
POLIEDROS REGULARES
(TETRAEDRO, OCTAEDRO E ICOSAEDRO)

Objetivo práctico: Realizar el ensamble de figuras sólidas (octaedro) a partir de un módulo doble.

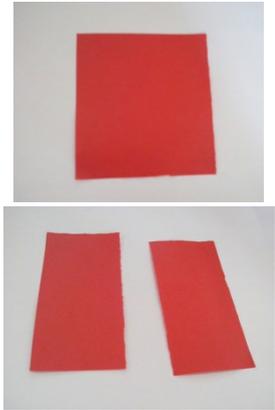
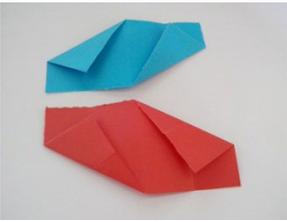
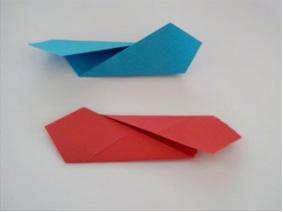
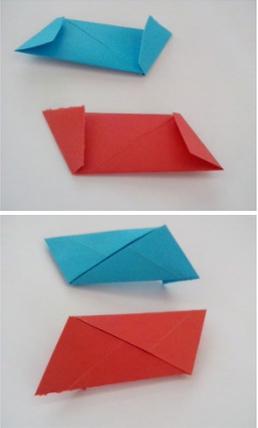
Objetivo didáctico 1: Identificar elementos básicos de poliedros regulares (tridimensionales) como vértices, caras y aristas.

Objetivo didáctico 2: Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros, áreas y áreas frontales, volumen) de las figuras resultantes.

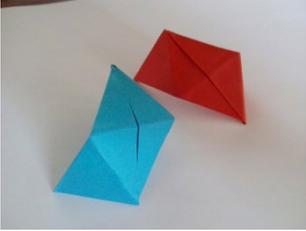
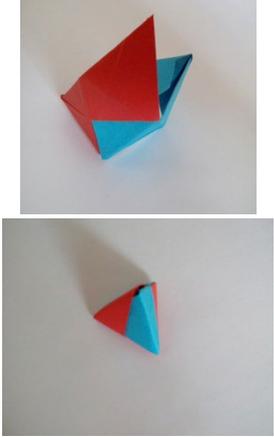
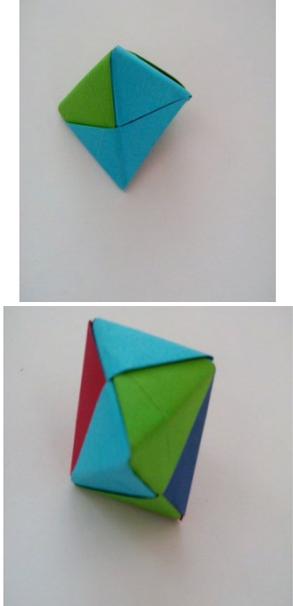
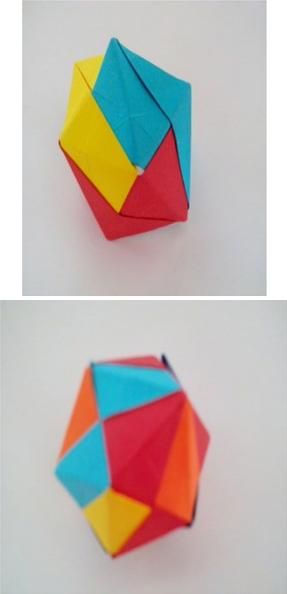
Materiales: 8 hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante (1 para tetraedro, 2 para octaedro y 5 para icosaedro).

Preguntas de control:

- ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
- ¿Cuáles son sus características?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
- ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

<p>1. Partimos un cuadrado en dos partes iguales.</p>	<p>2. Doblamos cada uno de los rectángulos por la mitad.</p>
	
<p>3. Llevamos cada uno de los lados a la mitad.</p>	<p>4. Tomamos los vértices y los llevamos a la línea que se formó con el anterior doblar, este paso se debe realizar al tiempo con ambos papeles ya que los dobleces son opuestos en los papeles.</p>
	
<p>4. Llevamos los triángulos que se formaron a la mitad de la hoja.</p>	<p>5. Los sobrantes de las esquinas se doblan hasta conseguir triángulos.</p>
	

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

<p>6. Nuevamente se doblan los módulos hasta obtener triángulos equiláteros.</p>	<p>7. Luego de ensamblan dos módulos para obtener un tetraedro.</p>
	
<p>8. Con cuatro módulos armamos un octaedro.</p>	<p>9. Con diez módulos formamos un icosaedro.</p>
	

TALLER 5
DODECAEDRO CON MODULO TRIANGULAR

Objetivo práctico: Realizar el ensamble de figuras sólidas (dodecaedro) a partir de un módulo doble.

Objetivo didáctico 1: Identificar elementos básicos de un dodecaedro (tridimensional) como vértices, caras y aristas.

Objetivo didáctico 2: Analizar los atributos (composición de terceras figuras) y propiedades (perímetros, áreas y volumen) de las figuras resultantes.

Materiales: 40 hojas cuadradas de papel para plegado de 60 gramos, no tóxico, no decolorante.

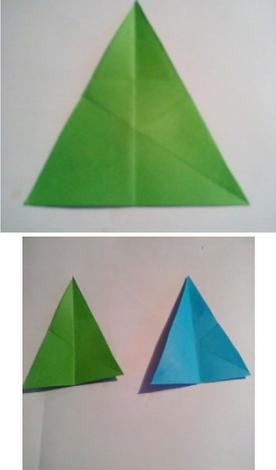
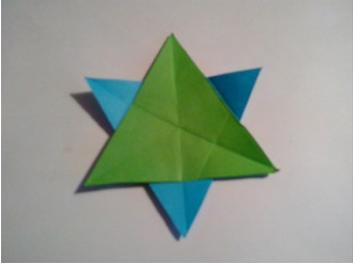
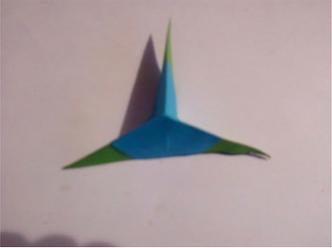
Preguntas de control:

- ¿Cuáles figuras se pueden identificar?
- ¿Cuáles son sus características?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en las áreas de estas figuras?
- ¿Qué cambios particulares se han dado en los perímetros de estas figuras?
- ¿En el sólido resultante qué relaciones existen entre área y volumen?

Nota: Este módulo doble se creó por la necesidad de la aparición de caras pentagonales y que en cada vértice concurrieran tres aristas (es atribuido a BENNETT ARNSTEIN).

1. En un papel cuadrado realizamos un triángulo equilátero.	2. Cortamos el triángulo.
	

Las técnicas de papiroflexia como herramientas didácticas...

<p>3. Doblamos cada una de las mediatrices del triángulo, proceso que se realiza con dos triángulos iguales simultáneamente ya que es un módulo doble.</p>	<p>4. Colocamos un triángulo sobre el otro con las puntas en medio de sus lados de tal manera que las mediatrices de ambos triángulos se crucen entre si.</p>
	
<p>5. Doblamos las esquinas.</p>	<p>6. El modulo se dobla de tal manera que se vean claramente tres vértices.</p>
	
<p>7. Ensamblamos 5 modulos dobles con el fin de obtener caras pentagonales.</p>	<p>8. La figura queda de la siguiente manera.</p>
	



Editado por el Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–,
en septiembre de 2015

Se compuso en caracteres Cambria de 12 y 9 ptos.

Bogotá, Colombia