

Carlos Palacios Huaraca
Wilfredo Meza Cuba

La enseñanza de las funciones a través del uso del software GeoGebra

en la asignatura
Cálculo I para estudiantes
universitarios



Instituto Latinoamericano de Altos Estudios

**La enseñanza de las funciones
a través del uso del software
GeoGebra en la asignatura
Cálculo I para estudiantes
universitarios**

INSTITUTO
LATINOAMERICANO
DE ALTOS ESTUDIOS

Carlos Rubén Palacios Huaraca

[palacioshuaraca@gmail.com]

orcid [<https://orcid.org/0000-002-5695-8897>]

Docente universitario adscrito a la Universidad
Tecnológica del Perú.

Wilfredo Meza Cuba

[wilfredo.meza.cuba@hotmail.com]

orcid [<https://orcid.org/0000-0002-4385-0449>]

Docente universitario adscrito a la Universidad
César Vallejo.

**La enseñanza de las funciones
a través del uso del software
GeoGebra en la asignatura
Cálculo I para estudiantes
universitarios**

Carlos Rubén Palacios Huaraca
Wilfredo Meza Cuba

INSTITUTO
LATINOAMERICANO
DE ALTOS ESTUDIOS

Queda prohibida la reproducción por cualquier medio físico o digital de toda o una parte de esta obra sin permiso expreso del Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–.

Publicación sometida a evaluación de pares académicos (*Peer Review Double Blinded*).

Esta publicación está bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento - NoComercial - SinObraDerivada 3.0 Unported License.



ISBN 978-628-7532-32-8

© Carlos Rubén Palacios Huaraca / Wilfredo Meza Cuba, 2021
© Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–, 2021

Derechos patrimoniales exclusivos de publicación y distribución de la obra
Cra. 18 # 39A-46, Teusaquillo, Bogotá, Colombia
PBX: (571) 601 232-3705
www.ilae.edu.co

Diseño de carátula y composición: Harold Rodríguez Alba
Edición electrónica: Editorial Milla Ltda. (57) 601 323-2181
editorialmilla@telmex.net.co

Editado en Colombia
Published in Colombia

Contenido

INTRODUCCIÓN	11
CAPÍTULO PRIMERO	
EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS	
A TRAVÉS DE LA HISTORIA	13
I. Los babilonios	14
II. La matemática en Egipto	15
III. Los griegos y el estudio de las matemáticas	16
IV. La civilización hindú y su aporte a las matemáticas	18
V. Estudio de las matemáticas en el siglo XVII	19
VI. Los estudios de la matemática y el Renacimiento	20
CAPÍTULO SEGUNDO	
LA ENSEÑANZA POR COMPUTADORAS,	
EL EMPLEO DE LAS TIC Y LA BRECHA DIGITAL	23
I. La enseñanza y el computador	24
II. El uso de las nuevas tecnologías y el informe de la UNESCO	26
III. Brecha digital	28
IV. La tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática	29
V. La transmisión de conocimientos, ¿una construcción individual?	30
A. Enseñanza por descubrimiento	31
CAPÍTULO TERCERO	
EL SOFTWARE GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA	
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN	33
I. ¿Qué es el software GeoGebra?	34
II. Ventajas del software	36
III. Instalación del programa GeoGebra	37
IV. Comandos	37
V. Ventajas en el empleo del software GeoGebra en la enseñanza	39
VI. Incorporación del programa GeoGebra en las clases de cálculo	40
VII. El software GeoGebra y la función	42

CAPÍTULO CUARTO

EL ESTUDIO DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y SU INFLUENCIA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE: ANÁLISIS Y RESULTADOS	45
I. Diagnóstico aplicado a la investigación	46
A. Objetivo general	46
B. Objetivos específicos	46
C. Hipótesis general	46
D. Hipótesis específicas	47
E. Tipo y nivel de investigación	47
F. Diseño de investigación	47
G. Sistema de variables	48
H. Población y muestra	49
I. Instrumentos de recolección de datos	50
J. Técnicas de recolección de datos	50
K. Validez de los instrumentos	51
L. Validez de contenidos mediante el juicio de expertos	51
M. Confiabilidad de los instrumentos	52
N. Prueba de medición académica	53
O. Administración del instrumento	54
P. Fiabilidad del instrumento	55
Q. Resultados	56
R. Prueba de la hipótesis general	58
S. Prueba de hipótesis secundarias	61
T. Discusión de resultados	69
Conclusiones	69
Sugerencias	70

CAPÍTULO QUINTO

LA IMPORTANCIA DE LOS SOFTWARE Y SU INCIDENCIA EN LOS PROCESOS EDUCATIVOS	71
---	----

BIBLIOGRAFÍA

Índice de tablas

TABLA 1.	Operacionalización de las variables	48
TABLA 2.	Muestra	50
TABLA 3.	Listado de experto según la prueba de pre-test / posttest	51
TABLA 4.	Nivel de confiabilidad de la prueba de conocimiento, según el coeficiente de Kuder-Richardson	52
TABLA 5.	Tabla de especificaciones de los ítems	54
TABLA 6.	Pruebas administradas	55
TABLA 7.	Comparación de resultados de la prueba de pre-test y posttest	56
TABLA 8.	Cálculo del valor estadístico	59
TABLA 9.	Decisión estadística	60
TABLA 10.	Cálculo del valor estadístico aprendizaje conceptual	62
TABLA 11.	Decisión estadística	64
TABLA 12.	Cálculo del valor estadístico aprendizaje procedimental	66
TABLA 13.	Decisión estadística	68

Índice de figuras

FIGURA 1.	Estructura del software GeoGebra	36
FIGURA 2.	Programa GeoGebra	37
FIGURA 3.	Resultado de la prueba de pre-test y posttest	56
FIGURA 4.	Cuestionarios a los estudiantes en el pre-test del grupo experimental	57
FIGURA 5.	Distribución de frecuencias de las notas del posttest del grupo experimental	58
FIGURA 6.	Diferencia del examen posttest y pre-test conceptual	59
FIGURA 7.	Zona de aceptación	61
FIGURA 8.	Diferencia del examen del posttest y pre-test conceptual	63
FIGURA 9.	Zona de aceptación	65
FIGURA 10.	Diferencias de aprendizajes	66
FIGURA 11.	Zona de aceptación	68

Introducción

No se puede negar la enorme influencia que ejercen en la actualidad las nuevas tecnologías de la comunicación y de la información, sin contar que estas no solo se emplean para obtener información mucho más precisa sobre algún tema, sino que cobran una mayor importancia en los procesos de construcción de significados. El proceso complejo de la enseñanza se encuentra, en este sentido, matizado por el empleo permanente de las tecnologías, diseño de sofisticados procesos donde los computadores, con sus variadas aplicaciones, desempeñan una función específica y preponderante, tanto para la explicación de los conceptos como para su apropiación. En la medida que avanza la tecnología, se han buscado métodos eficaces que faciliten el proceso complejo de enseñanza y aprendizaje.

Si bien las herramientas tecnológicas, tal y como se les conocen, otorgan novedosas formas de tratar los contenidos de las diversas materias tanto en los niveles básicos y superior, es importante señalar que es el maestro al que le compete una de las mayores responsabilidades, pues de él dependerá el éxito o el fracaso de los procesos que se den en el aula de clases. Entre los avances de la tecnología se encuentra el software GeoGebra que presenta un enorme potencial pedagógico y que solo puede dilucidarse a partir de un exhaustivo estudio, evaluación y de la disposición creativa de sus opciones y elementos para aportar, en este sentido, con modelos y estrategias de intervención educativa eficiente. Por ello, es fundamental que el docente tenga claridad en relación con las competencias que se desean lograr y alcanzar en los educandos.

De allí que el docente no solo se enfrente a un inmenso reto que implique conocer de qué manera llevar a cabo las actividades, ejercicios matemáticos con la ayuda de las nuevas tecnologías, sin que se vuelvan monótonas, así como estar al día con las exigencias de una educación de calidad.

Si bien esto parece ser una de las tareas más complejas, es importante estar consciente de que urge de manera expresa desarrollar técnicas y métodos que generen los mecanismos de aprendizaje entre los estudiantes y los profesores. Además, es necesario saber de qué manera mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias matemáticas, en general, empleando novedosas técnicas y métodos que generen procesos de cambio en las estructuras mentales y procedimentales en contextos tanto formales como no formales.

El presente libro persigue establecer los posibles nexos entre la aplicación de los softwares y las prácticas matemáticas, de allí que la investigación que tiene el lector en sus manos es precisamente un fraternal diálogo y una serie de reflexiones en torno al tema abordado. El libro, a través de cinco capítulos, busca desarrollar y responder a los diversos planteamientos, así como tender un arco para venideras investigaciones. El primer capítulo indaga a través de la historia los

diversos enfoques sobre el estudio de las matemáticas, su legado y su influencia en el quehacer humano.

El segundo capítulo centra su atención en la enseñanza por computadoras, la importancia de las tecnologías en el ámbito educativo entre otros contenidos; el tercer capítulo indaga teóricamente sobre las teorías del aprendizaje; en el cuarto capítulo, se aborda un estudio y una serie de análisis en torno a la situación expuesta. Por último, el quinto capítulo reflexiona sobre la incidencia de la enseñanza de las tecnologías y su importancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Es importante señalar que todo el libro cuenta con una buena base de referencias y material bibliográfico derivado de investigaciones a nivel mundial y regional.

CAPÍTULO PRIMERO

El estudio de las matemáticas a través de la historia

Uno de los grandes abismos en relación a la enseñanza, es precisamente la enseñanza misma. Aunque parezca tautológico pensar en esto, la realidad, por lo general, supera a los enormes desaciertos que suelen darse en un salón de clase, debido en parte a los procesos que se construyen y que parecieran elevarse en la medida en que crecen los problemas. Si bien la debilidad que existe en el aprendizaje de las matemáticas se debe a los mismos mecanismos de enseñanza, también se deben considerar otros aspectos cuyo sentido, en la actualidad, está cobrando mayor relevancia e importancia no solo para los docentes que se enfrentan a la dura realidad, sino que también es un asunto entre los mismos estudiantes, quienes deben, de igual manera, generar sus propios mecanismos de aprendizaje. A través de la historia, la enseñanza de las matemáticas fue en su momento una actividad cotidiana, quizás con la seguridad y la certeza de buscar respuestas que no solo fueron halladas mediante complejos procedimientos y fórmulas, sino que también la filosofía, entre otras ramas del saber, generaron desde sí mismas las respuestas anheladas.

El ser humano, a lo largo de su vida, ha tratado de encontrar relaciones, asociaciones, vínculos, enlaces o correspondencias entre los elementos de conjuntos numéricos y que han sido elementales desde la antigüedad, hasta la actualidad. “Las matemáticas son tan antiguas como el propio conocimiento humano”; de ellas se pueden ver en los diseños, pinturas en los que se aprecia el uso de la geometría, diversas y agradables formas donde se podían observar complejas formas que trataban de explicar el universo que los circundaba. Si bien la génesis de las matemáticas no fue un acontecimiento fortuito, esta se acompañó desde un principio de aproximaciones que dieron como resultado lo que en la actualidad se conoce.

Entre las primeras civilizaciones de las que se tiene constancia del empleo de las matemáticas se encuentran la egipcia y la babilónica. A continuación, se ofrecerán algunos datos de estas culturas que aportaron, de forma significativa, no solo al estudio de las ciencias tal como se les conoce, sino al pensamiento en general.

I. LOS BABILONIOS

De acuerdo con los estudios sobre el origen de las matemáticas, se dice que la cultura babilónica está entre las civilizaciones históricas más abordadas durante muchos años y que poseían amplios conocimientos de las matemáticas, mientras que muchas de las otras civilizaciones de esa época apenas las conocían o utilizaban. Los babilónicos, a diferencia de otras culturas, disponían de tablas, raíces cuadradas, cubos y raíces cúbicas. Según estudios más específicos, las raíces que aplicaban sucedían cuando calculaban la diagonal (d) de un rectángulo de altura (h) y base (w). Para ORTIZ:

Esta legendaria cultura se desarrolló entre los ríos Tigris y Éufrates; por cultura babilónica entendemos un conjunto de pueblos que vivían en la Mesopotamia; ella se inicia alrededor del 3.000 a. C. y termina durante los primeros años del cristianismo. Por razones geográficas, los babilo-

1 BENJAMÍN GALÁN ATIENZA. “La historia de las matemáticas: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen” (trabajo académico), Santander, España, Universidad de Cantabria, 2012, disponible en [<https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/1764>], p. 5.

nios cultivaron la astronomía; se encontraron placas matemáticas que se ubican en los años 2.300-1.600 a. C. las que contienen unas listas de cuadrados y cubos².

La existencia de cuadrados y cubos para esta civilización es una de las demostraciones más contundentes debido a las diversas concepciones que se tenían de los objetos, de la importancia de la numeración aun cuando esta estuviera en sus primeros estadios. También es de notar que, para esta civilización, las aproximaciones numéricas no fueron en su momento grandes avances, sino más bien, aproximaciones hacia el objeto, de allí que su representación fue en su mayoría mediante el empleo de figuras, y la medición de ángulos y las relaciones, aunque incipientes, trigonométricas.

II. LA MATEMÁTICA EN EGIPTO

Los habitantes del antiguo Egipto consideraban que el origen de las matemáticas había sido un regalo divino, es decir, que provenía de los dioses, y que por lo tanto, las matemáticas debían ser cultivadas de acuerdo con la historia por sacerdotes, quienes además conservaban el conocimiento en general. La civilización egipcia de acuerdo con MORALES:

La civilización egipcia nació probablemente de un gran número de pequeñas comunidades urbanas y rurales que se unieron progresivamente en dos reinos, el Alto y el Bajo Egipto. Egipto fue considerado durante mucho tiempo, debido al clima muy seco de la región y al culto que los egipcios profesaban a sus muertos, como el campo por excelencia de las excavaciones históricas. Por esto, Egipto está lleno de construcciones de todo tipo (templos, pirámides, obeliscos, etc.) y contienen numerosos papiros y objetos que el clima favorable ha conservado muy bien³.

2 ALEJANDRO ORTIZ FERNÁNDEZ. “Matemática en los antiguos Egipto y Babilonia”, en *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, vol. 4, n.º 13, 2008, disponible en [<https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/20>], p. 7.

3 LINA MORALES PERAL. “Las matemáticas en el antiguo Egipto”, en *Apuntes de Historia de las Matemáticas*, vol. 1, n.º 1, 2002, disponible en [<https://docer.com.ar/doc/n5x10xe>], p. 6.

Los antiguos pobladores de Egipto usaron las matemáticas para administrar los estados y los templos en las jornadas de trabajo, en el uso de los pagos a través de la cancelación de los salarios a sus trabajadores, pero también en el cobro de los impuestos de acuerdo con la extensión e importancia de las tierras; de esta manera, el empleo de las matemáticas fue un aspecto clave en los procesos cotidianos de sus ciudadanos. Existen indicios de que los antiguos pobladores de Egipto ya poseían la noción de dependencia, la cual radicaba en el espacio o terreno rectangular que dependía de la base, así como de la altura (se podría decir que esta es una de las primeras nociones, aunque precarias de la concepción de función), entre otros aspectos.

Según KLINE, citado por DELGADO y BRENES⁴, el sistema de numeración de esta antigua civilización es la suma y no la posicional. En este sentido, los antiguos pobladores de Egipto emplearon, para sus métodos de cálculo, el sistema conocido como decimal, para lo cual tenían siete símbolos básicos que representaban las unidades, decenas y centenas. Además, señala que existe la hipótesis de que los estudios de la geometría surgieron precisamente en el antiguo Egipto, pues ya se llevaban a cabo mediciones de la Tierra, luego a diferentes sucesos y circunstancias históricas.

III. LOS GRIEGOS Y EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

Si bien hubo la influencia de diversas y maravillosas civilizaciones tanto en el pensamiento, como en otras áreas menos especializadas, se debe considerar entre ellas a la griega y sus importantes aportes que ha dado al pensamiento occidental. Entre sus principales aportes, se cuenta con ARISTÓTELES⁵, quien construyó una de las formas más modernas del pensamiento como lo fue el arte de la argumentación a través de diversas técnicas que fueron, en su momento, consideradas

4 MORRIS KLINE cit. en FABIOLA DELGADO NAVARRO y JOHANNA BRENES ORTEGA. "Matemática en las civilizaciones: aritmética y álgebra en el antiguo Egipto y Babilonia", en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 31, n.º 1, 2018, pp. 373 a 378, disponible en [<http://funes.uniandes.edu.co/13468/1/Delgado2018Matematica.pdf>].

5 Estagira, Reino de Macedonia, 384 a. C., - Calcis, id., 322 a. C.

como complejos procesos matemáticos. Para GALÁN⁶, los griegos revolucionaron la definición clásica del estudio de las matemáticas y se adaptaron a la sociedad contemporánea. Entre todas las civilizaciones, la griega logró estructurar las matemáticas en cuanto a procesos de demostración y axiomas, respectivamente.

De acuerdo con CRESPO *et al.*:

Desde que ARISTÓTELES sistematizara las argumentaciones lógicas mediante las leyes de la lógica clásica, estas normas han sido identificadas no solo como las que forman los preceptos del pensamiento humano, sino también como las que rigen el desarrollo de la ciencia. Han sido consideradas durante siglos como indiscutibles y, en cierta manera, han marcado el avance y los rumbos del pensamiento científico de Occidente⁷.

La idea que impera en los estudios de las matemáticas de acuerdo con los griegos, es que trabajaron la idea de la abstracción que, según algunos aportes e investigaciones, se deben a las contribuciones de los mismos pitagóricos. Así mismo, fueron ellos quienes llegaron a la comprobación de las sumas de 1 , $1 + 2$, $1 + 2 + 3$ y así sucesivamente dando lugar a los números triangulares, en nuestra rotación moderna sería $n(n + 1) \div 2 = 1 + 2 + \dots + n$.

La relación se logra dar entre los elementos de un determinado conjunto con aquellos elementos de otro, tienen una suerte de connotación rudimentaria de la función de la civilización helena. A pesar que lo incipiente no deja de ser sorprendente, el avance de los griegos con relación a la búsqueda de correspondencia entre las cantidades que fueron importantes para su avance y su desarrollo.

6 GALÁN ATIENZA. “La historia de las matemáticas: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen”, cit.

7 CECILIA CRESPO CRESPO, ROSA MARÍA FARFÁN y JAVIER LEZAMA. “Algunas características de las argumentaciones y la matemática en escenarios sin influencia aristotélica”, en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa Relime*, vol. 12, n.º 1, 2009, disponible en [<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33512103>], p. 30.

IV. LA CIVILIZACIÓN HINDÚ Y SU APOORTE A LAS MATEMÁTICAS

El estudio de la civilización hindú presenta todos los rasgos para ser una ciencia aplicada, aun cuando esta tenía un concepto muy rudimentario, por momentos precario, de la importancia de la función como primer aspecto a considerar. Entre los rasgos que más definen a esta civilización y su relación con las matemáticas, está la aplicación de funciones tales como el estudio de la trigonometría, seno, coseno y seno inverso. De una manera general, el estudio de las matemáticas en la India se caracterizó por emplearla para erigir sus templos debido a la enorme influencia que ejercía la religión sobre ellos. Los más destacable de esta civilización es que durante una época emplearon reglas propias de la aritmética para el cálculo; de igual manera, empiezan a usar las numeraciones negativas, así como el cero, aceptando de igual modo los números irracionales como una manera de solucionar efectivamente situaciones concretas⁸.

Si bien las contribuciones más importantes de la civilización hindú en los estudios de las matemáticas fue el desarrollo de una ciencia con objetivos específicos, de igual manera contribuyó al estudio de la astronomía tan necesaria para aquel entonces. Además, los hindúes llegaron a resultados tales como la fórmula, la cual pudo haber estado motivada debido a varios factores, entre ellos, el desarrollo intuitivo o empírico de las operaciones básicas⁹, así como también se debe sus aportes a las matemáticas en la concepción que tenían con el cero. De acuerdo con CRESPO *et al.* “la nada y el cero surgieron desde una visión filosófica más que matemática: como ausencia de algo, no como resultado de una operación”¹⁰.

8 GALÁN ATIENZA. “La historia de las matemáticas: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen”, cit.

9 JOSÉ ANTONIO SÁNCHEZ RISCO. *La matemática en la India: 500-1200 d. C.*, disponible en [http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/4/4_matematica_india.pdf].

10 CRESPO CRESPO, FARFÁN y LEZAMA. “Algunas características de las argumentaciones y la matemática en escenarios sin influencia aristotélica”, cit., p. 42.

V. ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL SIGLO XVII

Una de las características más sobresalientes de este siglo fue la articulación entre la geometría y el álgebra. Los dos grandes avances de la época fue la articulación plena entre estas dos áreas de la matemática, lo que generó una singular interconexión tanto en fórmulas y figuras derivadas de los mismos cálculos matemáticos¹¹.

Es importante señalar que, para el estudio de las matemáticas, el siglo XVII representó profundos cuestionamientos debido a los planteamientos teológicos que estaban de trasfondo, debido a la propagación de la fe como único estamento de la verdad. Muchos personajes importantes de la época acudieron a las fórmulas matemáticas, aun cuando sus vidas corrían peligro, nunca pusieron en duda los aportes que la ciencia traía consigo. A finales del siglo XVI y recién comenzado el siguiente, tanto el estudio del álgebra, entre otras derivaciones de la matemática, llegó a acumular gran cantidad de hechos y lograron, de esta manera, alcanzar un estado tal que se convirtieron en parte medular del progreso técnico y científico. Para esta época, la matemática comienza a despertar la mente de muchos estudiosos de esta ciencia luego de un prolongado siglo en las sombras, el cual no arrojó ningún tipo de avance, muy a pesar de los intentos y aproximaciones que se lograron dar a conocer desde monasterios y otros espacios de clausura. Para GONZÁLEZ y FLORES:

El siglo XVII en pleno periodo de revolución científica fue prolífico en figuras que, bajo el lema heredado de los benedictinos, *ora et labora*, hicieron de su opción de vida una vocación encaminada a la ciencia como llave del progreso material de la humanidad. Vidas que, en el marco de la espiritualidad, hallaron fértil vocación en estudio de la geometría, del álgebra o de la astronomía, contribuyendo así al desarrollo del campo de las matemáticas¹².

11 MARÍA ROSA MASSA ESTEVE. "Las relaciones entre el álgebra y la geometría en el siglo XVII", en *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, vol. 24, n.º 51, 2001, pp. 705 a 725.

12 JOSÉ LUIS GONZÁLEZ y JUAN ANTONIO FLORES. "Aportaciones cistercienses al desarrollo de las matemáticas en el siglo XVII", en *Revista de História da Educação Matemática*, vol. 3, n.º 1, 2017, disponible en [<http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/119>], p. 69.

Muy a pesar de que este siglo representó enormes aciertos en cuanto a los avances en materia científica, también es oportuno manifestar que significó un gran desafío para la comunidad científica que debió de enfrentarse al problema de explicar los movimientos de la Tierra. De acuerdo con varios científicos y pensadores, la Tierra giraba sobre sí misma y llevaba a cabo movimientos de revolución en torno al sol. Esto generó interesantes lecturas que dieron como resultado el concepto de función que más adelante sirvió para enlazar los procesos de concordancia en todo aquello que varía en relación a los fenómenos que hay alrededor. De estos acontecimientos, se llegaron a obtener los conceptos de función determinantes en los siguientes años, lo que generó enormes posibilidades y nuevas expectativas a los matemáticos que ya de por sí describían los fenómenos que estaban observando en sus propios contextos.

VI. LOS ESTUDIOS DE LA MATEMÁTICA Y EL RENACIMIENTO

La influencia que ejerció la matemática durante la época renacentista fue elevada, debido a los enormes aportes que esta daría a las estructuras físicas, estructuras y monumentos que en la actualidad constituyen unas maravillas arquitectónicas. Para los años que abarcaría el periodo del Renacimiento, fue determinante la aplicación de fórmulas y métodos que, sin lugar a dudas, dieron significativos aportes desde la ciencia como disciplina hasta las artes, la filosofía y la literatura. Fue una etapa de la historia en donde el hombre renacería luego de una época en la cual no hubo mucho avance científico.

En esta época, destacan una serie de notables inventores y es la etapa de la historia de las matemáticas donde evolucionan y cobran importancia los números y aparecen los números complejos. GEROLAMO CARDANO¹³ halla la fórmula matemática para darle solución a problemas matemáticos, específicamente aquellos que presentan las ecuaciones tanto de tercer y cuarto grado. De igual modo, se fomenta la nueva búsqueda de problemas semejantes a las ecuaciones con índices elevados¹⁴.

13 Pavía, Italia, 24 de septiembre de 1501 – Roma, 21 de septiembre de 1576.

14 GALÁN ATIENZA. “La historia de las matemáticas: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen”, cit.

Durante esta época evolucionan los símbolos matemáticos en el siglo XVI y se crea una notación dos siglos después. Contribuciones destacadas estuvieron protagonizadas por FRANÇOIS VIÈTE¹⁵, quien llevó a cabo estudios muy importantes sobre la resolución de las ecuaciones y acabó influyendo en sus discípulos como ISAAC NEWTON¹⁶ y GOTTFRIED LEIBNIZ¹⁷. Así mismo, DANIEL BERNOULLI¹⁸ consiguió dar con el cálculo de las variaciones, de igual manera, GASPARD MON-GE¹⁹ logró crear y desarrollar la teoría de la geometría descriptiva, la cual consiste en representar superficies en planos tridimensionales sobre objetos bidimensionales. Existen, de acuerdo con este notable inventor, diferentes sistemas de representación como, por ejemplo, la perspectiva cónica y el sistema denominado, según el mismo MON-GE, como diédrico desarrollado hacia 1799. La geometría descriptiva luego de un prolongado silencio consiguió asentarse en otras formas y lenguajes como la arquitectura, de esta manera, permitió enlazarse con las venideras manifestaciones del pensamiento, pues ella misma establecería sus propios códigos y significaciones²⁰.

En un plano mucho más amplio, la geometría descriptiva dio un importante y significativo aporte como parte del nacimiento del nuevo hombre, que surgiría a partir de la etapa renacentista y, con ella el establecimiento de un nuevo enfoque en torno a los estudios posteriores sobre la función y la generación de nuevos modelos matemáticos.

Otro de los pensadores más influyentes de la época renacentista fue GALILEO GALILEI²¹, quien daría como aporte la ley de la caída de los cuerpos. Para 1609, JOHANNES KEPLER²² descubriría las famosas leyes del movimiento de los planetas, mientras que en 1686, NEWTON

15 Fontenay-le-Comte, Francia, 1540 – París, 23 de febrero de 1603.

16 Woolsthorpe Manor, Reino Unido, 4 de enero de 1643 - Kensington, Londres, 31 de marzo de 1727.

17 Leipzig, 1.º de julio de 1646 – Hannover, 14 de noviembre de 1716.

18 Groninga, Países Bajos, 29 de enero de 1700 - Basilea, Suiza, 17 de marzo de 1782.

19 Beaune, Francia, 9 de mayo de 1746 – París, 28 de julio de 1818.

20 JOSÉ ANTONIO RUIZ DE LA ROSA. “Cuestiones de geometría y dibujo de arquitectura”, en JOSÉ JOAQUÍN PARRA (ed.). *Análisis y Comunicación Contemporánea de la Arquitectura* ACCA 017, Sevilla, Universidad de Sevilla, 2019, pp. 55 a 67, disponible en [<https://idus.us.es/handle/11441/88783>].

21 Pisa, Italia, 15 de febrero de 1564 - Arcetri, íd., 8 de enero de 1642.

22 Weil der Stadt, Alemania, 27 de diciembre de 1571 - Ratisbona, íd., 15 de noviembre de 1630.

formularía y demostraría la conocida ley de gravitación universal. Si bien todos demostraron competencias bien puntuales con relación a diversos adelantos, métodos y propuestas que se han derivado en significativos aportes tanto a la ciencia como a otras disciplinas, GALILEI expresó sus vínculos funcionales en palabras y en el lenguaje de las proporciones. En sus aportes al conocimiento, describió con inteligencia los cuerpos desde el reposo con un movimiento de manera uniforme, pero acelerados en relación con otros cuerpos. Esta teoría se trasladaría hacia otras disciplinas y ciencias más especializadas que dieron, por supuesto, importantes contribuciones al estudio de las matemáticas tal y como se conocen en la actualidad.

CAPÍTULO SEGUNDO

La enseñanza por computadoras, el empleo de las TIC y la brecha digital

No es absurdo pensar que la escuela está siendo sometida por el aprendizaje, ni mucho menos pensar que la escuela, así mismo, está haciendo un esfuerzo para mejorar o al menos percatarse en parte de la realidad sobre su situación, cada día más alarmante. Si bien la escuela está rezagada en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, también es oportuno afirmar que se encuentra en una profunda crisis debido a muchos factores que le impide, de alguna u otra manera, salir adelante. Si la enseñanza en tiempos pasados estaba centrada solo en la mera transmisión instrumental de los conocimientos, existen en la actualidad otros métodos que han permitido que la enseñanza esté siendo conducida mediante el empleo de otros recursos que han facilitado de manera expedita la incorporación de otros procesos de aprendizaje. Para las nuevas y actuales generaciones, las llamadas “geografías de aprendizaje” ocupan espacios mucho más amplios que los ocupados por la escuela.

Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, conocidas como las TIC, posibilitan y generan un conjunto de aprendizajes mucho más cercano a sus necesidades, requerimientos y demandas. En este sentido, el aprendizaje que en otrora se brindaba desde los

espacios escolares, ahora se puede ofrecer desde cualquier escenario denominado virtual. La existencia de plataformas digitales y la superautopista de la información han derribado las barreras que la misma escuela consolidó desde sus propias estructuras de poder. De allí que el aprendizaje puede brindarse con facilidad tanto en la escuela, como en el hogar. De esta manera, lo que se conoce como escolaridad está ahora disponible en las esferas del ciberespacio, asumiendo los roles que la escuela tenía reservada.

I. LA ENSEÑANZA Y EL COMPUTADOR

¿Será cierto que los modelos actuales educativos se ajustan con cierto grado de dificultad a los procesos de aprendizaje que se desarrollan a través de la comunicación mediada por un ordenador? Hasta ahora los enfoques tradicionales se han orientado hacia la acumulación y la transmisión de conocimientos; sin embargo, para una sociedad cambiante y acelerada como la actual, estos aspectos no son considerados como relevantes debido a que los procesos han ido evolucionando en la medida en que cambian los enfoques y paradigmas en la adquisición del aprendizaje. Si la escuela, bajo los enfoques tradicionales de la enseñanza, aún persiste en seguir conduciendo los procesos que en su momento fueron los modelos procedimentales de enseñanza, es oportuno pensar que el nivel de desaceleración es preocupante, a la vez que es una de las causas que ha generado en mayor medida la deserción escolar, entre otros aspectos no menos importantes. De allí que el empleo emergente y la incorporación responsable de las nuevas tecnologías ha sido una de las luchas constantes de la escuela nueva.

Aun cuando una de las grandes dificultades sea precisamente la adopción de nuevas formas de enseñar, es importante tomar en cuenta que el docente se encuentra con un gran desafío debido, en parte, a la falta de confianza que las tecnologías suelen ofrecerles al docente que ha venido construyendo sus propios métodos de enseñanza, a parte del empleo que le daba en cierta manera una confianza y una estabilidad, ya que cada método de enseñanza servía para un objetivo específico y concreto²³.

23 CARLOS MARCELO GARCÍA, DENIA RAMONA BURGOS, PAULINO MURILLO ESTEPA y JUAN FRANCISCO JASPEZ NERO. "Aprender con tecnologías para enseñar con tecnologías en República Dominicana. El programa República Digital Educación", en *Revista Iberoamericana de Educación*, vol. 79, n.º 1, 2019, pp. 115 a 134, disponible en [<https://rieoei.org/RIE/article/view/3322>].

La incorporación de las nuevas tecnologías en terrenos educativos, responde a necesidades bien puntuales y obedecen, en este sentido, a contemplar además políticas que permitan el desarrollo y el avance en las ciencias entre otras disciplinas importantes. En este sentido, una política tecnológica no tiene relación solo con sistemas inteligentes y aplicaciones de sofisticados softwares en las escuelas o institutos de educación, sino que se trata también de integrar de forma coherente las tecnologías en los programas educativos. De igual manera, un plan de tecnología debe estar orientado a contemplar la relación de las tecnologías con el contenido curricular y de qué manera este responde a las necesidades de los estudiantes y profesores²⁴.

Si bien es cierto que un factor determinante en el bajo rendimiento tecnológico se debe a la precaria utilización de procesos tecnológicos en el aula por parte de los docentes, también es menester destacar los factores externos que, de igual manera, podrían estar afectando la incorporación efectiva de las TIC, sumado al temor del fracaso cuando se emplean las herramientas tecnológicas debido, en parte, porque los docentes no se sienten capacitados para incorporar tecnologías en sus contextos educativos. Otro de los factores que pudiera estar afectando, es el mismo rechazo por parte de los docentes al uso de estas herramientas, pues ellos han señalado que su formación y competencia en el área se torna cada día más incierta e imprecisa.

La enseñanza, sin embargo, basada como se ha venido mostrando a través de clases tradicionales, puede considerarse en la actualidad como desfasada desde cualquier perspectiva, debido a que los estudiantes tienen acceso a un gran número de fuentes de información y tecnologías de punta, lo que ponen en detrimento a las formas en que se venía adquiriendo el conocimiento, es decir, a la instrumental adquisición de conocimientos. “Por lo tanto, en la medida de lo posible, hay que incorporar otras actividades en las que el alumnado sea agente activo de su proceso de aprendizaje”²⁵.

El vínculo con la computadora personal como recurso para la enseñanza, le imprime importancia y una forma novedosa al proceso de aprendizaje, pues de esta manera obliga a los estudiantes a acelerar la

24 Ídem.

25 EVA GIBAJA, MARÍA LUQUE y AMELIA ZAFRA. “Aplicación de técnicas de aprendizaje activo a la enseñanza de la programación de ordenadores”, en *Enseñanza y Aprendizaje de Ingeniería de Computadoras*, n.º 9, 2019, disponible en [<https://digibug.ugr.es/handle/10481/58157>], p. 107.

inteligencia y generar un mayor número de deducciones, y memorizar con mayor precisión el material de aprendizaje. El impacto de las nuevas tecnologías en la educación ha desarrollado nuevas formas de interactuar y nuevas formas de pensar, de desarrollar nuevos vínculos que hagan posible un mejor aprendizaje, que el sujeto que se logre involucrar en los procesos dinámicos tecnológicos logre empoderarse de estas tecnologías con la finalidad de afianzar un enfoque más actual, propio de los tiempos modernos.

II. EL USO DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS Y EL INFORME DE LA UNESCO

Respecto al uso de las TIC en espacios educativos, se señala que la incorporación de las nuevas tecnologías en terrenos educativos no es que haya sido lenta, sino que ha sido precaria y con frecuencia inexistente. En países en vías de desarrollo, y a pesar de las buenas intenciones de que estas herramientas formen parte de los procesos de acompañamiento, no ha contado en su totalidad con los niveles de afiliación que demanda la sociedad actual, bajo la premisa de que los sujetos tienen el deber de funcionar adecuadamente en una sociedad cada vez más competitiva.

Es bien sabido que diversos organismos a nivel mundial están enfocando sus políticas en países en vías de desarrollo; también es sabido que sus orientaciones en torno a la educación están siendo direccionadas hacia países menos favorecidos. Para la UNESCO, el uso de las nuevas tecnologías y el auge de las ciencias de la información dentro de los contextos educativos, ha permitido que generen sus propios mecanismos de acción debido a la rápida, pero compleja fase de interacción educativa, debido a las consecuencias en materia de transmisión de la propia información que ya no está siendo directamente almacenada, sino que está provocando en su interior una revolución sistemática de la información y el conocimiento. En este sentido, el empleo directo de software y dispositivos virtuales más sofisticados, está conduciendo a una culminación de aquellas formas imperantes de conocer y de codificar los procesos de enseñanza y de aprendizaje. “Los efectos de esta codificación suponen una nueva concepción del conocimiento [...] El carácter interactivo de las redes y las nuevas

tendencias tecnológicas confiere a los usuarios de las tecnologías una situación que no tenían anteriormente”²⁶.

Cada día se vuelve necesario que las sociedades de la tecnología logren sus objetivos debido a las fuertes demandas de una sociedad cada vez más competitiva. “La noción de sociedad de la información se basa en los progresos tecnológicos”²⁷ muy diferentes de aquellas sociedades del conocimiento donde prevalecen aún las dimensiones sociales, éticas y políticas mucho más complejas y de mayor trascendencia. El ideal de consolidar una sociedad del conocimiento como se pide, es tratar de combinar ambas propuestas con el fin de impulsar una sociedad mucho más plural y dinámica. De allí que la finalidad que persiguen las sociedades modernas sea construir una escuela que logre desarticular todo aquello que no adicione de acuerdo con las exigencias y demandas de una sociedad del futuro.

No se puede negar que los jóvenes están llamados precisamente a desempeñar un rol fundamental en esta discusión, ya que ellos suelen ubicarse a la vanguardia del empleo de las nuevas tecnologías y, de esta forma, contribuyen a insertar en sus cotidianidades las prácticas tecnológicas con las técnicas que suelen darse en los contextos educativos. A pesar de los avances en materia tecnológica, no se debe perder de vista que el sentido de la educación es desarrollar a través de técnicas y métodos el conocimiento, impulsar y generar los mecanismos para su total logro. De esta manera, se asiste a una sociedad de la información y tecnología acelerada atendiendo que el uso de las nuevas formas tecnológicas no significa la sustitución de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, más bien se deben considerar que las nuevas tendencias son solo instrumentos para lograr otras formas de acceder al conocimiento. Para la UNESCO, los adelantos y la información que se logren obtener de un complejo proceso tecnológico no deben tratarse solo como la única vía para el acceso al conocimiento, sino que se puede entender como una opción más dentro de la cadena de opciones ofrecidas.

La necesidad de poder acceder a las nuevas formas de aprendizaje no debe estar enfocada hacia el mero hallazgo de instrumentos

26 ORGANIZACIÓN DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA. *Hacia las sociedades del conocimiento*, París, UNESCO, 2005, disponible en [<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000141908>], p. 55.

27 Ibid., p. 17.

que pretendan hacer el trabajo de los docentes, sino que permitan, en aras de un desarrollo más real, un aprendizaje mucho más sólido y que esté en consonancia con las nuevas tendencias. Solo así se podría hablar de una relación y un vínculo entre ambas formas de enseñar. El solo uso de las tecnologías debe estar plenamente acompañado de procesos dialógicos, que orienten y formen los individuos para una sociedad cada día más compleja. El resto del camino será solo trayecto en la consolidación de un mundo mucho más avanzado y ciertamente más tecnológico.

III. BRECHA DIGITAL

Existe una doble historia sobre la brecha digital, aunque más bien sería correcto decir que existen dos grupos que están distanciados, por un lado, por una fisura que determina a grandes rasgos el uso, y por el otro, las condiciones de imposibilidad en el empleo de las tecnologías que lo caracterizan. Si se analiza de forma amplia, el primer grupo estaría conformado por aquellos que tienen acceso y capacidades para utilizar las tecnologías de la información por razones políticas, sociales y económicas; y el segundo grupo, estaría conformado por aquellos que no tienen posibilidades de acceder a estos instrumentos o herramientas. Aunque parezca una descripción fácil, la brecha digital se puede interpretar también como aquella distancia generacional que existe tanto en padres, educadores y estudiantes: en ambos sectores, de igual manera, se logran identificar las mencionadas brechas. Por lo general, se entiende que la brecha digital es quizás uno de los primeros temas a debatir en cuanto al impacto social de las nuevas tecnologías de la información y comunicación. Desde entonces, se cree que estas tecnologías van a generar eventuales diferencias en las oportunidades de avance de las poblaciones y que, a partir de allí, se dará una distancia entre aquellas que poseen los adelantos y aquellos que no tienen acceso a las mismas. De acuerdo con TOUDERT, “por lo general, la brecha digital ha sido un concepto genérico centrado en la disponibilidad y el acceso material de la población a Internet, posicionándose en la lógica de quienes la tienen y quienes no”²⁸.

La brecha digital, de igual manera, se enfoca en evidenciar las distancias de disponibilidad de los artefactos tecnológicos, entre los cuales se mencionan aquellos que suelen emplearse al momento de desarrollar contenidos que ameriten el uso de estos artefactos. Sin embargo, aun cuando este acceso sigue estando disponible entre aquellos que pueden y tienen los recursos para su empleo, aún sigue habiendo una brecha que suele distanciarlos de otros. Siguiendo a TOUDERT, existen “otras lecturas que se desprenden de las lógicas centro-periferia en materia de adopción y el uso de Internet, como un medio sustituto para compensar el alejamiento de los centros y/o complementario para potenciar las capacidades existentes”²⁹. Un aspecto que siempre ha resultado válido en esta discusión es que las brechas digitales no son solo procesos que se caracterizan por poner de relieve las líneas que separan a grupos, sino al mismo acceso que son coordinados a través de planes y, que pudieran estar siendo lo que en definitiva estarían marcando las distancias entre los usuarios.

IV. LA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

De acuerdo con los requerimientos del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas, el uso de la tecnología es esencial tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de esta área del conocimiento. Así mismo, la tecnología ejerce una poderosa influencia en el aprendizaje y el uso de los recursos tecnológicos, ya que cuando se cuenta con estas herramientas, los participantes asumen el proceso de enseñanza y de aprendizaje con mayor entereza y responsabilidad, de esta manera los participantes toman sus propias decisiones, reflexionan, razonan y solucionan problemas que se le presentan. Con el empleo responsable de las nuevas tecnologías, los estudiantes están en la capacidad de aprender con mayor fluidez y profundidad el estudio de las matemáticas.

Para CASTILLO, la tecnología en la enseñanza se fundamenta en:

En todos los sistemas que componen los diferentes ámbitos de la sociedad. En el campo de la educación se puede afirmar que, aunque ha sido lenta la inclusión de esas tec-

nologías, hay investigaciones que sustentan la importancia de su uso. Ya no se debate sobre su necesidad, sino sobre las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje), su incidencia en la cognición y procesos del pensamiento de los alumnos y la manera como impactan en la reestructuración del currículo educativo³⁰.

Los innumerables beneficios que trae consigo la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje ya no es un asunto que deba ponerse en discusión debido a su importancia latente y que parece estar con niveles de aceptación desde las primeras etapas educativas, hasta las superiores. Si bien las prácticas pedagógicas han incluido las nuevas tecnologías, es importante además dejar claro que esta inclusión implica una serie de condicionantes que son esenciales para el logro de los objetivos que bien se tengan. Sin embargo, es oportuno llamar a la reflexión en torno a los niveles de responsabilidad que deben asumirse en los procesos de aprendizaje y de construcción de significados; sin estos aspectos, los intentos por desarrollar en el salón de clases estrategias, y el uso de las tecnologías, serán actos fallidos. La aplicación, en este sentido, de los diversos métodos de aprendizaje debe estar siempre orientados hacia la consolidación de un espíritu que permita el surgimiento de un nuevo ser humano medido por novedosas propuestas tecnológicas.

V. LA TRANSMISIÓN DE CONOCIMIENTOS, ¿UNA CONSTRUCCIÓN INDIVIDUAL?

De acuerdo con CASTILLO:

El individuo que aprende matemáticas desde un punto de vista constructivista debe construir los conceptos a través

30 SANDRA CASTILLO. "Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática", en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa Relime*, vol. 11, n.º 2, 2008, disponible en [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002], p. 172.

de la interacción que tiene con los objetos y con otros sujetos. Tal parece que para que el alumno pueda construir su conocimiento y llevar a cabo la interacción activa con los objetos matemáticos es preciso que dichos objetos se presenten inmersos en un problema, no en un ejercicio³¹.

La construcción de conocimientos debe estar sujeta a un proceso dinámico y no en el simple mecanismo de transmisión de conocimientos de un sujeto a otro, sino en el pleno y permanente ejercicio, enfocado no solo en los instrumentales ejercicios, sino que deben ser aplicados en la vida diaria, en la circunstancias, y esto se debe a que el individuo logra consolidar su conocimiento de las cosas mediante un ejercicio, por lo que este mismo obedece a procesos complejos de interacción con sus semejantes.

A. Enseñanza por descubrimiento

Si existe una metodología precisa para la enseñanza de las ciencias matemáticas, es la enseñanza por descubrimiento, fundamentada, por lo general, por los ejercicios de los propios estudiantes que llegan a descubrir por sí mismos y mediante la interacción los conceptos y propiedades con el objetivo de construir redes de conocimientos. Si bien el proceso de enseñanza y de aprendizaje es complejo de acuerdo con numerosos y destacados investigadores, el hombre a través del tiempo ha emprendido un sinfín de metodologías para alcanzar de esta manera la efectividad en el proceso. Con el arribo de las tecnologías y, en particular con los sistemas operativos, software entre otros, se abre un nuevo escenario para la enseñanza y el aprendizaje aprovechando de esta manera el enorme potencial que yace en estos recursos tecnológicos³².

A pesar que algunos docentes promueven una enseñanza en la que los participantes hallan significado por sí mismos, sin el apoyo del docente, los conceptos matemáticos y sus propiedades, lo más corriente que se puede encontrar es lo que podrían denominarse como “enseñanza por descubrimiento conducido”, donde el docente tiene

31 Ibid., p. 177.

32 DAVID MACÍAS FERRER. “Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas”, en *Revista Iberoamericana de Educación*, vol. 42, n.º 4, 2007, pp. 1 a 17, disponible en [<https://rieoei.org/RIE/article/view/2406>].

la función de controlar, manteniendo en este sentido, el trayecto de los objetivos planteados, señalando definiciones, conceptos, términos errados o con una dirección incierta. Sin embargo, se debe dejar que el estudiante tenga la libertad de explorar y de satisfacer sus propias interrogantes mediante procedimientos que permitan el surgimiento de nuevos enfoques y técnicas que fortalezcan el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

CAPÍTULO TERCERO

El software GeoGebra como herramienta para la enseñanza y el aprendizaje de la función

El software GeoGebra es, en primer lugar, una aplicación que se emplea para enseñar de una manera interactiva determinados conceptos, fórmulas o enunciados matemáticos con el fin específico de darle solución a problemas o ejercicios en la materia. Así mismo, este software es una de las aplicaciones que no solo permite la resolución de problemas en contenidos específicos matemáticos, sino que su aplicabilidad consiste precisamente en la enorme capacidad de almacenar y disimular ciertos fenómenos naturales complejos y difíciles de observar desde el plano real. Este software, además, persigue generar procesos interactivos con el usuario y la posibilidad de llevar a cabo los mecanismos de aprendizaje y evaluación individualizada, entre otras ventajas, que estos softwares proporcionan no solo al individuo sino al propio sistema educativo.

Este software fue diseñado por el matemático austriaco MARKUS HOHENWARTER, como parte de su tesis de maestría en la Universidad de Salzburgo, quien apostó por este sistema valorando los aportes ofrecidos tanto por la geometría dinámica y, con los sistemas derivados del cálculo simbólico. Sin embargo, para el común de los docentes

enseñar estos tipos de sistemas se convirtió en un asunto complejo debido en parte a la rigidez de sus procedimientos y sintaxis y, por esta razón, los docentes evitaban en su mayoría aplicar estos sistemas durante sus jornadas. Por otro lado, el investigador, mediante sus indagaciones, observó que a los docentes se les hacía menos engorroso los programas que derivaban de la geometría dinámica; es por ello, que a partir de sus observaciones nació GeoGebra como respuesta, pero además como una forma novedosa de aplicar las funciones, entre otros contenidos.

I. ¿QUÉ ES EL SOFTWARE GEOGEBRA?

Básicamente es un procesador geométrico, es decir, un compendio de varias corrientes de la matemática. Reúne, en ese sentido, el álgebra, la geometría y el cálculo y puede ser empleado de igual manera por la física, proyecciones con finalidades comerciales, estimaciones estratégicas, entre otras áreas o disciplinas. Este software permite también desarrollar temas mediante la experimentación y la manipulación proporcionando la realización de procesos complejos de construcción de ideas y conceptos, modificando y deduciendo los resultados y propiedades a partir de la observación directa del propio objeto de estudio. Parte de su aplicación se lleva a cabo cuando se propone un cambio a nivel operativo con la finalidad de generar procesos óptimos para el logro de los objetivos de la enseñanza y aprendizaje, por lo que es necesario innovar. De acuerdo con JIMÉNEZ y JIMÉNEZ, citados por ORTIZ y MEJÍA³³, innovar tiene que ver con la introducción de diversos conceptos y aplicaciones como los software, entre otros sistemas operativos en el proceso de enseñanza y aprendizaje con el propósito de provocar cambios significativos en los estudiantes y en el docente.

Aun cuando la incorporación de las nuevas tecnologías, mediante el empleo de software entre otros sistemas, puede generar resultados positivos se debe considerar que esto no casi siempre es así, debido en

33 JOSÉ GUADALUPE JIMÉNEZ GARCÍA y SERGIO JIMÉNEZ IZQUIERDO cits. en CITLALIN AURELIA ORTIZ HERMOSILLO y MARTHA ELENA MEJÍA MALDONADO. "GeoGebra como herramienta en la enseñanza del cálculo para adquirir competencias en estudiantes de ingeniería", en *Anfei Digital*, año 6, n.º 11, 2019, pp. 1 a 10, disponible en [<https://anfei.mx/revista/index.php/revista/article/view/610>].

parte a los grandes inconvenientes que pueden presentarse correspondiente a la falta de interés, entre otras consecuencias. En este sentido, es importante analizar de cerca los impactos y los efectos que estas innovaciones pudieran estar trayendo con el fin de evaluar los posibles aciertos y los efectos negativos existentes. Por otro lado, sostienen KOLMAN y HILL, citados por ORTIZ y MEJÍA, “que los ambientes matemáticos apoyados con tecnología favorecen la motivación y la curiosidad intelectual del estudiante”³⁴, por lo que prescindir de los avances y el software sería desacelerar los procesos de enseñanza y de aprendizaje que se requieren en un salón de clases y en la vida misma.

Los procesos tanto de enseñanza como de aprendizaje, son más eficientes cuando se logran combinar la tecnología con los procesos educativos regulares, pues estos, de alguna u otra manera, facilitan mediante “procesos visuales el análisis matemático garantizando la vinculación del aprendizaje adquirido con el aporte de las soluciones matemáticas a problemas de la sociedad”³⁵. De acuerdo con los autores, este aspecto señala una oportuna y acertada diferencia entre las formas dominantes de enseñar que se basan solo en la resolución de ejercicios y problemas específicos y, por supuesto, descontextualizados con los problemas reales de la sociedad.

Es importante resaltar que la incorporación de herramientas tecnológicas, software, se dan desde que se inician los procesos de formación de los docentes, lo cual asegura el desempeño efectivo y eficiente. El uso y la aplicación de la herramienta GeoGebra, de alguna u otra manera permite y facilita los procesos de abstracción. También ofrece, desde esta perspectiva, mostrar cómo se llega a construir la relación entre diversos planos abstractos, visuales y geométricos con la finalidad de hallar soluciones puntuales a problemas específicos³⁶.

34 BERNARD KOLMAN y DAVID R. HILL cits. en *ibíd.*, p. 4.

35 FREDY BARAHONA AVECILLA, OLGA BARRERA CÁRDENAS, BYRON VACA BARAHONA y BLANCA HIDALGO PONCE. “GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil”, en *Revista Tecnológica ESPOL – RTE*, vol. 28, n.º 5, 2015, disponible en [<http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>], p. 122.

36 *Ibíd.*

II. VENTAJAS DEL SOFTWARE

- Vista algebraica

Desde este plano virtual, se puede llevar a cabo la visualización directa de los datos que se introducen a través de los comandos o por las representaciones de un objeto. Estos se llegan a organizar en forma libre y dependiente. Al darse las acciones de crear un nuevo objeto, sin tomar en cuenta ninguno de los previos, queda establecido de esta manera como un objeto libre. Por el contrario, si se basa en uno que ya existe, este será dependiente.

- Vista gráfica

Este tipo de vista permite observar una diversidad de gráficos de figuras geométricas y funciones, empleando herramientas de construcción que están disponibles en la misma barra de herramientas. Al emplear el *mouse* o llevar a cabo construcciones geométricas utilizando comandos específicos que se introducen en la barra de entrada.

- Vista hoja de cálculo

La hoja que dispone el cálculo de GeoGebra tiene una denominación precisa que permite conducirse a cada una de las celdas de una hoja de cálculo, por lo que pueden introducirse tanto cifras, como otro tipo de objeto tratado por el software GeoGebra.

FIGURA 1. Estructura del software GeoGebra

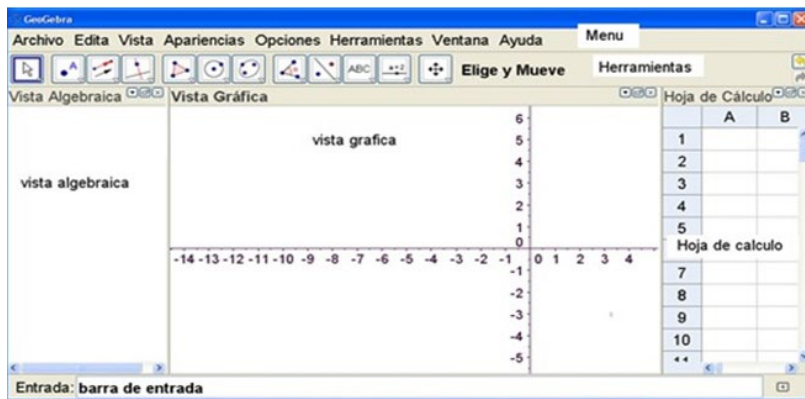
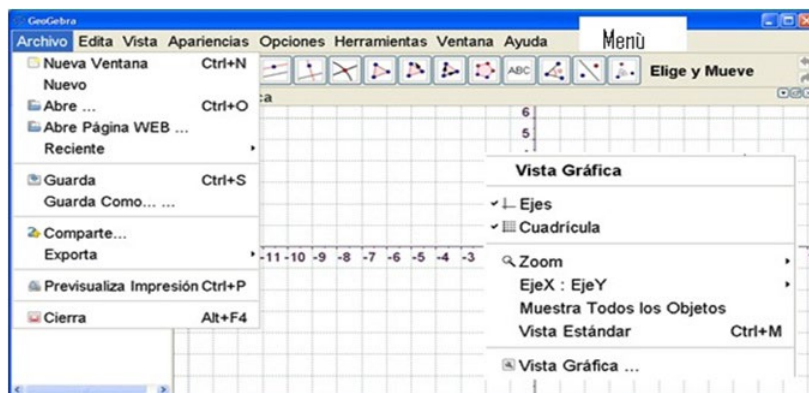


FIGURA 2. Programa GeoGebra

III. INSTALACIÓN DEL PROGRAMA GEOGEBRA

El programa GeoGebra hace uso de la interfaz JavaScript, que ofrece a los usuarios modificar en la edición HTML con la finalidad de desarrollar una hoja dinámica y acrecentar su interactividad; los *applets* de GeoGebra, al permitir una interfaz con JavaScript, puede crear un botón para generar de forma aleatoria nuevas formas de configuraciones de una construcción dinámica.

De allí que antes de instalar el programa GeoGebra en el ordenador, es imprescindible corroborar que esté instalado el programa JavaScript, el cual tiene una licencia gratuita y se puede descargar del Internet, de lo contrario la ventana principal del software GeoGebra no se desplegará y no permitirá trabajarlo.

Para acceder al uso del software GeoGebra, lo primero que se debe emprender es descargar el programa de la página [<https://www.geogebra.org>].

IV. COMANDOS

El programa guarda varios tipos de comandos que permiten desarrollar nuevos modelos o establecer modificaciones en los ya existentes. El resultado de un comando puede llamarse ingresando un rótulo sucedido por “=”.

Los comandos que utiliza el programa GeoGebra son útiles como parte de los íconos que existen en las diferentes barras y menús, tomando en cuenta que para el uso de los comandos se requieren de ciertos datos para la construcción de los diferentes lugares geométricos.

Los comandos son útiles en la incorporación de nuevos iconos que faciliten la construcción del lugar geométrico, existen diferentes comandos para cada una de las alternativas de diseño que presenta el programa GeoGebra.

Al incorporar un programa educativo en las clases de geometría analítica plana, involucra un cambio radical en la planificación, la misma que es de gran relevancia al incluir un nuevo recurso al salón de clases.

De acuerdo con CATALDI³⁷, señala que una adecuada planificación para la aplicación de un programa educativo, software o dispositivo, debe tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- La incorporación del programa en la malla curricular
- Los objetivos que se quieren alcanzar
- Las características de los usuarios
- Actividades y metodologías a emprender
- Suficientes recursos necesarios y tiempo de interacción
- Evaluación y sistematización de los aprendizajes

Tal como lo señala el autor, los objetivos son los que sostienen la inclusión del programa GeoGebra y orientan el proceso de enseñanza-aprendizaje, conoce con precisión los estudiantes con los cuales se logra aplicar el programa, permite establecer los contenidos con los cuales vincularemos al programa GeoGebra y a partir de ello podemos planificar nuestras actividades.

37 ZULMA CATALDI. “Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo” (tesis de maestría), Argentina, Universidad de La Plata, 2000, disponible en [<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/4055>].

V. VENTAJAS EN EL EMPLEO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA

Las ventajas que presenta la educación al momento de incorporar el software son de mucha utilidad, puesto que permiten generar procesos de interacción como nunca y esto se debe al grado de intercambio entre las propuestas metodológicas recientes y las formas comunes que se han llevado a cabo durante un cierto tiempo. En un contexto medianamente interactivo, los estudiantes, mediante el uso del software, tienen la oportunidad de realizar sus gráficos con una mayor precisión y de mejor calidad. Con el empleo de los sistemas de software, las relaciones con las ecuaciones y el sistema mismo de coordenadas se ve garantizado debido al incremento de funcionalidades, como por ejemplo la gráfica de soluciones y ecuaciones, trazado de acuerdo con las fórmulas establecidas mediante el uso de áreas y tangentes entre otras.

Si bien este software fue creado con la finalidad de facilitar de manera expresa tanto la enseñanza como el aprendizaje de las matemáticas, también debe apuntarse que fue diseñado con el propósito de orientar los procesos complejos que a diario se materializan en los problemas cotidianos. Si la enseñanza actual está orientada en la búsqueda del conocimiento significativo, esta debe proveerse de herramientas que permitan precisamente el hallazgo de tales conocimientos, habilidades y destrezas en los estudiantes y en el docente quien de igual manera se beneficia de los procesos de construcción de significados. De acuerdo con CARVAJAL *et al.*:

Las situaciones didácticas presentan un escenario educativo de interacción que incluye tanto a estudiantes como a docentes. Esta interacción favorece la adquisición de conocimientos propios del campo de estudio, a su vez permite el reconocimiento de los actores sobre los elementos presentes en el aprendizaje³⁸.

38 JOSÉ FERNANDO CARVAJAL TÉLLEZ, ELVIRA GUADALUPE RINCÓN FLORES, LEOPOLDO ZÚÑIGA SILVA y LUPE GARCÍA CANO. "Uso del software GeoGebra como estrategia de enseñanza para triángulos rectángulos de 30°- 60° dirigida a estudiantes de décimo grado", en *Revista de Investigación Educativa*, vol. 7, n.º 14, 2017, disponible en [<https://riege.mx/index.php/riege/article/view/330/284>], p. 56.

Un campo inexplorado sigue siendo el estudio de las matemáticas, con leyes y políticas propias que demandan consideraciones específicas, por lo que tanto su enseñanza como sus métodos de aplicación deben estar direccionados hacia la resolución de problemas y no la acumulación de fórmulas, métodos obsoletos. De acuerdo con CARVAJAL *et al.*, señalan que:

Esta perspectiva lleva a que el docente no solo se ocupe de lo que enseña, sino que lo direcciona a fijar una estructura en su quehacer pedagógico que admita ver hechos y situaciones propias del campo de estudio. A su vez se obliga a recolectar información que le permita estar al tanto de cómo se desarrolla el aprendizaje desde los procesos que desarrolla el cerebro en torno a su maduración, concibiendo la enseñanza y el aprendizaje de manera diferente³⁹.

Una ventaja que no debe dejar de considerarse, además de las anteriores, es que el software, a diferencia de otras aplicaciones, introduce la manera como se llevan a cabo las operaciones y las tareas, pues no los realiza con ciertos comandos, sino más bien de acuerdo con los objetivos que se tengan, también a los alcances en el campo educativo y en la práctica cotidiana. Este programa, al contemplar una doble percepción, el usuario tiene la ventaja de observar las diversas expresiones y lecturas gráficas de las operaciones algebraicas y su correspondiente figura debido a que ambas manifestaciones comparten un mismo contexto virtual y gráfico.

VI. INCORPORACIÓN DEL PROGRAMA GEOGEBRA EN LAS CLASES DE CÁLCULO

Como proceso tecnológico, el programa GeoGebra debe incluirse como parte de la planificación del docente, también en las actividades en otras áreas que bien requieran la aplicación y métodos de enseñanza. Para ello, es fundamental que el estudiante no solo se involucre de manera efectiva, sino que debe estar al tanto de las ventajas que este programa tiene, sus alcances y sus objetivos. En este sentido, el docen-

te debe seguir ciertas orientaciones para llevar a cabo sus actividades académicas.

- La primera orientación a seguir consiste en verificar que todos los computadores tengan el programa instalado antes del ingreso de los participantes.
- Los estudiantes deben estar al tanto del programa que se va a instalar, así mismo deben estar informados de las ventajas que posee, su importancia y su finalidad.
- Una vez ubicados los estudiantes frente a sus computadores, se lleva a cabo una breve explicación del programa, su génesis, entre otros aspectos resaltantes. El docente debe proveer la dirección de la página donde se aloja la información requerida.
- Luego de instalado el programa, se procede a explicar su estructura y la manera más adecuada de dar los datos.
- Antes de que los participantes vuelvan a emplear el programa, el docente debe establecer la fundamentación sobre aquellos conceptos, proposiciones y los principios de funciones requeridos para el desarrollo de la clase.

Si bien estas orientaciones permiten solventar un asunto instrumental, es necesario que el docente no solo se aboque a implementar ciertos requerimientos al momento de aplicar este software en su contexto escolar, antes bien, debe existir un pleno conocimiento de los beneficios que este programa contempla, de lo contrario, se correría el riesgo de usar esta herramienta como un simple recurso así como han sido empleados otros, lo que puede generar situaciones desfavorables que desaceleran los procesos continuos de la enseñanza y del aprendizaje. Cada día es más común encontrarse con situaciones donde el uso de la tecnología es un acto cotidiano, de allí como lo ha señalado con bastante propiedad por GARCÍA y CUADROS, quienes sostienen que “los alumnos requieren hoy de la incorporación del uso de un programa científico en el desarrollo del currículo por cuanto la informática invade día a día todos los campos de la ciencia y las áreas

profesionales”⁴⁰. El uso permanente de las nuevas tecnologías permite en el estudiante el poder explorar desde sus propias vivencias, inferir y elaborar conjeturas a partir de procesos comunes que le ofrezca su propio entorno, además le confiere la destreza de argumentar y, de esta manera, construir su propio aprendizaje y conocimiento.

VII. EL SOFTWARE GEOGEBRA Y LA FUNCIÓN

Se parte del supuesto que el estudio y el abordaje de las matemáticas se realizan inevitablemente bajo sistemas de representación, debido a que las representaciones de un mismo objeto son de vital importancia para los procesos de enseñanza y aprendizaje de la función. Una de las dificultades manifiestas que suelen presentar los estudiantes al momento de solucionar ciertos problemas o ejercicios es “que no se promueve la actividad cognitiva de conversión en la enseñanza de las matemáticas, ya que se pone mayor énfasis en el tratamiento de representaciones”⁴¹.

Tanto el concepto de función como la aplicación del software GeoGebra son tan importantes como la propia enseñanza de las matemáticas. La potencia de ambas radica en la infinitud de opciones que posee, y que pueden ser modelizados mediante novedosas técnicas que el propio software parece tener. La misma enseñanza de la matemática, de acuerdo con COSTA y DEL RÍO⁴², se ha desarrollado desde tiempos

40 GRACIELA GARCÍA y PATRICIA CUADROS. “Estrategias para mejorar la enseñanza de la estadística con GeoGebra”, en *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Montevideo, Uruguay, 16 a 20 de septiembre de 2013, disponible en [<http://funes.uniandes.edu.co/19197/1/Garc%C3%A1Da2013Estrategias.pdf>], p. 6.335.

41 ANA LUISA GÓMEZ BLANCARTE, REBECA GUIRETTE y FELIPE MORALES COLORADO. “Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra”, en *Educación Matemática*, vol. 29, n.º 3, 2017, disponible en [<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/2017/11/29/propuesta-para-el-tratamiento-de-interpretacion-global-de-la-funcion-cuadratica-mediante-el-uso-del-software-geogebra/>], p. 190.

42 VIVIANA ANGÉLICA COSTA y LAURA SOMBRA DEL RÍO. “La noción de función: una introducción utilizando GeoGebra”, en *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Madrid, 10 a 14 de julio de 2017, disponible en [http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/65670/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y].

modernos en una representación axiomática del conocimiento matemático, lo cual permite introducir conceptos y métodos, así como estrategias que lleguen a consolidar los aprendizajes que trae consigo y, los que logra configurar con los diversos procesos de interacción e intercambio de experiencias con sus semejantes.

CAPÍTULO CUARTO

El estudio del software GeoGebra y su influencia en la enseñanza-aprendizaje: análisis y resultados

La importancia de las nuevas tecnologías en el sistema educativo actual no es un acontecimiento que deba verse como un acto extraordinario, ni mucho menos imposible de consolidar, ya que la misma dinámica socio-cultural está por sí misma generando los procesos de incorporación en el aula. Uno de ellos es el software GeoGebra, que ha permitido consolidar el aprendizaje a través de novedosas propuestas de enseñanza mediante oportunos y acertados métodos de aprendizaje. No es extraño pensar que los métodos de enseñanza deben estar a la vanguardia de los cambios entre otros aspectos.

Con el rápido y vertiginoso proceso de transformación de las estructuras de aprendizaje, los docentes a nivel superior deben también incorporar, para hacer efectivos sus procedimientos, las nuevas tecnologías que ya no son solo de comunicación propiamente dicha, sino de información que cada vez cobra mayor fuerza en las actividades curriculares y académicas. Con el objetivo de llegar a determinar el grado de influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del sistema de funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera de Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad Nacional de

Educación Enrique Guzmán y Valle de Perú, se logró a través de una metodología, muestras y población, un estudio para llegar a establecer los grados de influencia que ejerce la tecnología en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, de esta manera se logra generar un proceso de sistematización mediante el empleo de tablas y figuras y un sistema de variables para llegar a una gama de consideraciones finales, análisis, resultados, discusiones y conclusiones.

I. DIAGNÓSTICO APLICADO A LA INVESTIGACIÓN

A. Objetivo general

Determinar la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I en la carrera profesional de Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

B. Objetivos específicos

- Determinar la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje conceptual de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I en la carrera profesional de Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Determinar la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje procedimental de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I en la carrera profesional de Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

C. Hipótesis general

El uso del software educativo GeoGebra influye en el aprendizaje de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la Facultad de Tecnología de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

D. Hipótesis específicas

- El empleo del software educativo GeoGebra influye de forma notoria en el aprendizaje conceptual de las funciones en los participantes de la asignatura Cálculo I de la Facultad de Tecnología en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.
- El empleo del software educativo GeoGebra influye de forma notoria en el aprendizaje procedimental de las funciones en los participantes de la asignatura Cálculo I de la Facultad de Tecnología en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

E. Tipo y nivel de investigación

La metodología empleada fue el método científico hipotético deductivo, el cual consiste en la identificación y formulación del problema, la formulación de los objetivos y las hipótesis; luego se llevó a cabo la aplicación de los instrumentos de investigación para la obtención de los datos y con éstos la prueba de las hipótesis respectivas.

La investigación realizada se caracterizó por ser de carácter tecnológica, en este sentido, la misma estuvo centrada para demostrar los niveles de efectividad de la enseñanza bajo el software GeoGebra. De acuerdo a SÁNCHEZ, REYES y MEJÍA⁴³, la investigación tecnológica se centra en responder de forma puntual problemas de orden técnico, así como a corroborar y demostrar la validez de ciertas técnicas bajo las cuales se llevan a cabo principios netamente científicos que demuestran su eficacia en la modificación o transferencia de un cierto hecho, evento o fenómeno.

F. Diseño de investigación

El diseño empleado en el presente estudio fue el cuasi-experimental, específicamente el denominado diseño antes y después con un grupo experimental no aleatorio, de mucha utilidad para determinar si se ha

43 HUGO SÁNCHEZ CARLESSI, CARLOS REYES ROMERO y KATIA MEJÍA SÁENZ. *Manual de términos de investigación científica, tecnológica y humanística*, Lima, Universidad Ricardo Palma, 2018, disponible en [<http://repositorio.urp.edu.pe/handle/URP/1480?show=full>].

generado un cambio en la conducta de los intervinientes, entre su estado inicial, medido por la prueba de entrada y, la situación posterior, después de llevar a cabo y aplicar el software en el proceso de aprendizaje de las funciones a través de la prueba de salida.

G. Sistema de variables

- *Variable independiente:* Uso del software GeoGebra
- *Variable dependiente:* Aprendizaje de funciones

TABLA 1. Operacionalización de las variables

Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos
Independiente El software GeoGebra	Aspecto técnico	Presentación	Módulo de aprendizaje
		Hardware	
		Tutorial	
		Calidad de contenido	
		Navegabilidad	
	Aspecto funcional	Ventaja	Sesiones de aprendizaje
		Utilidad	
		Eficacia	
		Versatilidad	
	Aspecto pedagógico	Diseños adecuado de los:	Pedagogía conceptual
		- Objetivos	
		- Contenidos	
- Actividades			
- Evaluación			

Dependiente Aprendizaje de las funciones	Conceptual	- Identificar una función lineal y cuadrática usando GeoGebra - Determinar a partir de la gráfica de una función real de variable real, su dominio y rango usando GeoGebra - Determinar una gráfica de una función real de variable real con GeoGebra	I - 1, 2, 3, 4, 5 II.- 6, 7, 8... 20
	Procedimental	- Construye una gráfica de funciones usando GeoGebra - Construye gráficas de funciones por trozos utilizando GeoGebra - Resuelve problemas de aplicación que involucre el concepto de funciones usando el software GeoGebra - Aplica el concepto de función en el análisis, interpretación y solución usando GeoGebra	Escala vigesimal (0 a 20)

H. Población y muestra

La población estuvo conformada por los estudiantes de ciclo I de la carrera de Electrónica y Telecomunicaciones que cursan la asignatura Cálculo I.

La muestra es probabilística con grupos intactos ya conformados por ser la investigación de diseño cuasi-experimental. La muestra es estadísticamente representativa de la población de la muestra. De acuerdo a la investigación la muestra estuvo conformada por 20 estudiantes.

TABLA 2. Muestra

2013-I	Sección E-2	Hombres	Mujeres
Electrónica e Informática	20	16	4

I. Instrumentos de recolección de datos

Se emplearon los siguientes instrumentos:

- Ficha de observación: la cual permitió observar el desarrollo de las tareas o prácticas
- Ficha de entrevista: permitió entrevistar a los docentes de la asignatura Cálculo I.
- Ficha de encuesta a los estudiantes
- Cuestionario a los estudiantes
- Fichaje: permitió obtener información del marco referencial
- Fichaje de registro: bibliografía y hemerografía
- Ficha de investigación: texto, resumen, entre otros

J. Técnicas de recolección de datos

Se hizo uso de una prueba de pre-test y postest.

K. Validez de los instrumentos

HERNÁNDEZ, FERNÁNDEZ y BAPTISTA señalan que “la validez, en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir. Por ejemplo, un instrumento válido para medir la inteligencia y no la memoria”⁴⁴.

De lo anterior, se puede concluir que la validación de los instrumentos mide cómo están constituidos los cuestionarios propuestos por el investigador para luego ser validados por los especialistas o expertos en el campo.

L. Validez de contenidos mediante el juicio de expertos

Sobre la base de los criterios emitidos a través del juicio de experto se recurrió a la opinión y puntos de vista de los docentes de reconocida trayectoria de la escuela de postgrado de la Universidad Nacional Enrique Guzmán y Valle.

Sobre la base del procedimiento de validación descrita, los expertos consideraron una estrecha relación entre los criterios, objetivos del estudio y los ítems de la prueba de conocimientos que permitieron medir el nivel de aprendizaje de las funciones de variable real, de la cual se emitieron los resultados en la siguiente tabla.

TABLA 3. Listado de experto según la prueba de pre-test / postest

Expertos	Pre-test	Postest
1. Dr. LOLO JOSÉ CABALLERO CIFUENTES	80	90
2.Dr. ADRIÁN QUISPE ANDÍA	90	90
3. Dr. GUILLERMO MORALES	80	80
4. Dr. RAMÓN CAJAVILCA	90	90
5. Dr. FIDEL SORIA CUÉLLAR	90	90
Nivel de ubicación del promedio	90	90

M. Confiabilidad de los instrumentos

En este estudio se procedió a calcular a través del método de consistencia interna, se partió de la premisa de que el cuestionario contenía una serie de interrogantes con cuatro posibilidades de respuestas, como en el caso se empleó el coeficiente de confiabilidad Kuder-Richardson. Para la aplicación de este instrumento se dieron los siguientes procedimientos:

Para determinar el grado de confiabilidad del instrumento sobre el aprendizaje se empleó el método de consistencia interna. En una primera vuelta se determinó una muestra de 20 estudiantes, luego se aplicó el instrumento para determinar el grado de confiabilidad.

Para la prueba de confiabilidad se aplicó el método para medir el conocimiento el cual consistió en hallar la varianza por cada interrogante formulado. De acuerdo a este procedimiento, se logró hallar la varianza respectiva según el instrumento.

Para finalizar, se suman los resultados obtenidos, se halla la varianza total y se establece el nivel de confiabilidad existente. Para lo cual se empleó el coeficiente Kuder-Richardson.

Así se obtuvo:

$$\alpha = \frac{K}{K - 1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

Dónde:

- K = número de preguntas
- S_i^2 = varianza de cada pregunta
- S_t^2 = varianza total

TABLA 4. Nivel de confiabilidad de la prueba de conocimiento, según el coeficiente de Kuder-Richardson

Dimensiones evaluadas	N.º de ítems	Confiabilidad
Aprendizaje conceptual	1, 2, 3, 4, 5	9
Aprendizaje procedimental	6, 7, 8... 20	9

Tomando el criterio general de GEORGE y MALLERY⁴⁵ se obtuvo lo siguiente:

- Coeficiente de alfa > 9 = excelente
- Coeficiente de alfa > 8 = bueno
- Coeficiente de alfa > 7 = aceptable
- Coeficiente de alfa > 6 = cuestionable
- Coeficiente de alfa > 5 = pobre
- Coeficiente de alfa > 5 = inaceptable

Debido a que la aplicación de la prueba de conocimiento obtuvo 0,90, donde se pudo deducir que el instrumento tuvo una excelente confiabilidad. Así mismo, y de acuerdo a la observación de los valores de los coeficientes de confiabilidad Kuder-Richardson, donde las dimensiones evaluadas en el aprendizaje conceptual obtuvieron un 0,82 y el aprendizaje procedimental obtuvo un 0,90; por lo que se pudo concluir que el instrumento para llevar a cabo la medición tuvo una excelente consistencia interna.

N. Prueba de medición académica

Las pruebas fueron las siguientes: prueba de entrada, que se aplicó después del software educativo, mediante el posttest, mejor conocida como prueba de salida. Estas pruebas de medición permitieron recoger la información sobre los conocimientos que traía el participante y aquellos que surgieron después de la aplicación del mencionado software, es decir, conocer los resultados del proceso de aprendizaje tanto a nivel conceptual como procedimental, así como el desarrollo de las capacidades esperadas. Dichas pruebas se tomaron antes y después de la aplicación del software educativo a los dos grupos. Los contenidos de la materia de Cálculo I y de estas pruebas son las siguientes:

- *Funciones de la variable real: Cálculo I*
 - Funciones: definiciones, características y modelamiento
 - Transformación de las funciones
 - Figuras de las funciones
 - Rango y dominio de las funciones
 - Funciones especiales: aplicaciones, función de la raíz cuadrada, función del valor absoluto, función exponencial, función máximo entero, función de logaritmo y la función del signo.
 - Funciones por trozos, figura, rango y dominio de la función por trozos

Los instrumentos ejes que se llevaron a cabo fueron: figura de funciones, rango y dominio de las funciones, figura de las funciones por trozos, rango y dominio de las funciones por trozos.

El grado de dificultad que presentan los conocimientos aprendidos.

TABLA 5. Tabla de especificaciones de los ítems

Capacidades	Total preguntas	Porcentajes
Conceptual	5	25%
Procedimental	15	75%
Total	20	100%

O. Administración del instrumento

Para la administración del instrumento se pidió la autorización correspondiente al Departamento Académico de Electrónica y Telecomunicación, aplicados a los estudiantes del primer ciclo que se encontraban en actividades académicas regulares.

TABLA 6. Pruebas administradas

Grupos	Número de pruebas
X ₁ Control	20
X ₂ Experimental	20

P. Fiabilidad del instrumento

La validez de acuerdo a los instrumentos aplicados se convalidó mediante el juicio de expertos los cuales se detallan a continuación:

- Dr. LOLO JOSÉ CABALLERO CIFUENTES
- Dr. ADRIÁN QUISPE ANDÍA
- Dr. GUILLERMO MORALES ROMERO
- Dr. FIDEL SORIA CUÉLLAR
- Dr. PEDRO RAMÓN CAJAVILCA

La confiabilidad se ha calculado según el criterio de Kuder-Richarson porque los instrumentos son de tipo dicotómico, es decir con alternativas donde una sola respuesta es verdadera y las demás falsas. Su fórmula es:

$$CC = 1 - [media (n - media) / n \times varianza]$$

Donde:

- n = número de ítems de la prueba
- Media = promedio de puntuaciones

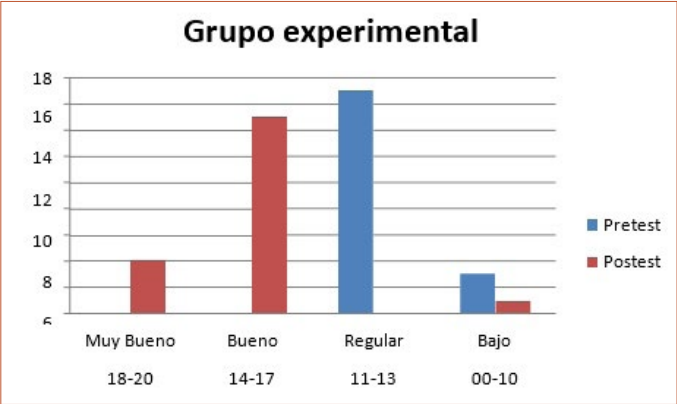
Luego se aplicó a una muestra piloto los instrumentos y se obtuvo un coeficiente de confiabilidad de: $CC = 0,80$ valor que está dentro del rango $0,6 < CC < 1$. Es decir que el $CC = 0,80 < 1$, por lo que se puede afirmar que el grado de dificultad en la prueba es óptimo y la confiabilidad del instrumento aplicable.

Q. Resultados

TABLA 7. Comparación de resultados de la prueba de pre-test y postest

Escala de valoración	Prueba de pre-test		Prueba de postest	
	f	%	f	%
Muy bueno (18 - 20)	0	0	1	5
Bueno (14 - 17)	0	0	0	0
Regular (11 - 13)	3	15	15	75
En proceso (00 - 10)	17	85	4	20

FIGURA 3. Resultado de la prueba de pre-test y postest



Interpretación

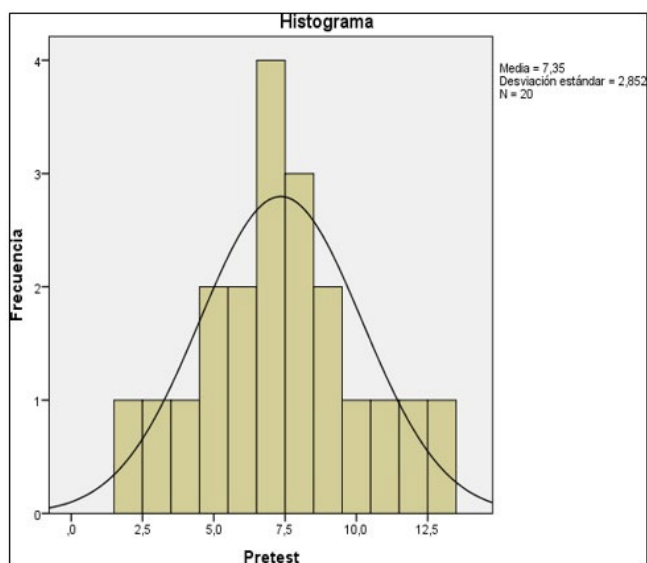
Se puede decir que, tanto en la tabla como en la figura presentada, el 85% de los estudiantes se encontró en la escala de valoración “En proceso”; luego de la aplicación del software GeoGebra -SGG-se pudo observar que el 20% de los estudiantes se hallaba en dicha escala.

Así mismo, se pudo observar que al inicio de la investigación el 15% de los participantes se hallaba en la escala de valoración “Regular”; luego de la aplicación del SGG se pudo observar que solo el 75% de los estudiantes se encontraba en dicha escala.

También observó que al inicio de la investigación el 0% de los estudiantes se encontraba en la escala de valoración “Bueno”; luego de la aplicación del software GeoGebra se observó que el 0% de los estudiantes se encontraban en dicha escala.

Por último, se observó que al inicio de la investigación el 0% de los estudiantes se encontraba en la escala de valoración de “Muy bueno”; luego de la aplicación del software GeoGebra se constató que el 5% de los estudiantes logró dicha escala de valoración.

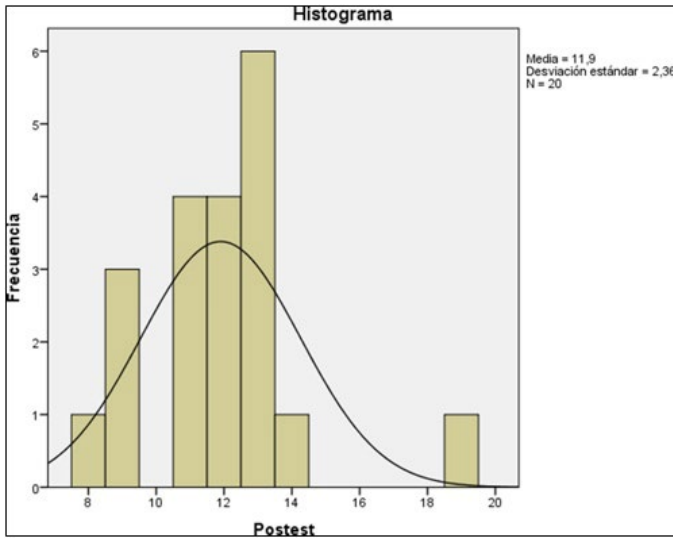
FIGURA 4. Cuestionarios a los estudiantes en el pre-test del grupo experimental



Interpretación

En la Figura 2 se observó la distribución de frecuencias de las calificaciones del pre-test del grupo experimental. En la presenta figura los puntajes se encuentran soslayado hacia el centro, teniendo por lo observado una media de 7,35 y una desviación estándar de 2,852.

FIGURA 5. Distribución de frecuencias de las notas del postest del grupo experimental



Interpretación

En la Figura 5 se pudo observar que la distribución de frecuencias de las notas del postest del grupo experimental. Dicha figura muestra que las notas se hallan sesgadas hacia el centro, teniendo una media de 11,9 y una desviación estándar de 2,36.

R. Prueba de la hipótesis general

– Planteamiento de la hipótesis general

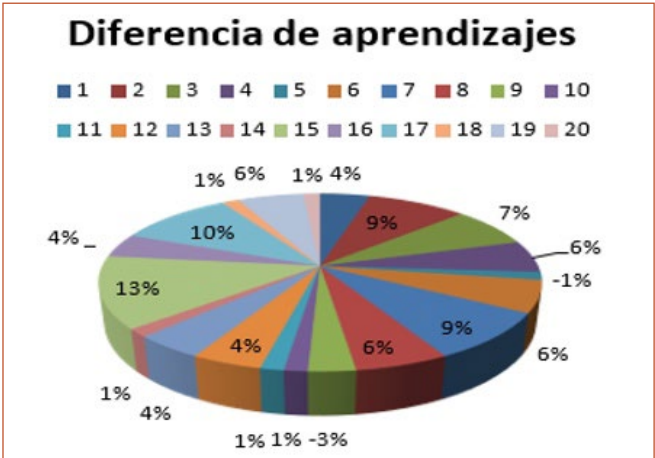
Hp: El uso del software educativo GeoGebra influye en el aprendizaje de funciones en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

Ho: El uso del software educativo GeoGebra no influye en el aprendizaje de funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

TABLA 8. Cálculo del valor estadístico

Estudiantes	Examen postest x_2	Examen pre-test x_1	Diferencia d	$(d - u)$	$(d - u)^2$
1	9	5	4	-0,25	0,0625
2	13	6	7	2,75	7,5625
3	13	6	7	2,75	7,5625
4	13	9	4	-0,25	0,0625
5	11	12	-1	-5,25	27,5625
6	19	13	6	1,75	3,0625
7	12	4	8	3,75	14,0625
8	13	7	6	1,75	3,0625
9	8	10	-2	-6,25	39,0625
10	11	9	2	-2,25	5,0625
11	9	7	2	-2,25	5,0625
12	12	8	4	-0,25	0,0625
13	12	8	4	-0,25	0,0625
14	13	11	2	-2,25	5,0625
15	14	3	11	6,75	45,5625
16	12	8	4	-0,25	0,0625
17	11	2	9	4,75	22,5625
18	9	7	2	-2,25	5,0625
19	11	7	4	-0,25	0,0625
20	13	11	2	-2,25	5,0625
		Media (u)	4,25		195,75

FIGURA 6. Diferencia del examen postest y pre-test conceptual



$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{\sigma d}{\sqrt{N}}}$$

t = valor estadístico del procedimiento

d = valor promedio o media de las diferencias entre el examen antes y después

σd = desviación estándar de las diferencias entre el examen antes y después

N = tamaño de la muestra

La media aritmética de las diferencias se obtiene de la siguiente manera:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{N}$$

La desviación estándar de las diferencias se logra como sigue:

$$\sigma d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{N-1}} \quad \sigma d = \sqrt{\frac{195.75}{20-1}} = 13.4041186$$

$$t_{\text{obtenido}} = \frac{4.25}{\frac{13.4041186}{\sqrt{20}}} = 2.433$$

$$t_{\text{critico}} = 1.6839 \text{ (Tabla de la t-student para una sola cola)}$$

TABLA 9. Decisión estadística

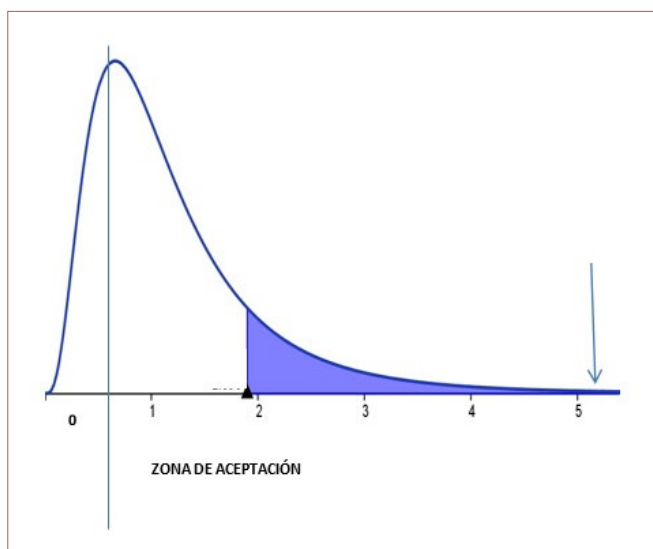
t obtenido	5,215
t crítico	1,6839

Se obtiene el valor de t obtenido = 5,215 (valor que se toma de los datos de la muestra); y el valor de t crítico = 1,6839 (valor que se obtiene de la tabla t -student), es decir:

Como: t obtenido $>$ t crítico, para (1 cola)

Es decir: $5,215 > 1,6839$ se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

FIGURA 7. Zona de aceptación



El valor de t obtenido o calculado = 5,215 pertenece a la zona de aceptación de la hipótesis alterna por lo que se está en la condición de aceptar la hipótesis principal propuestas para cualquier nivel de significación.

S. Prueba de hipótesis secundarias

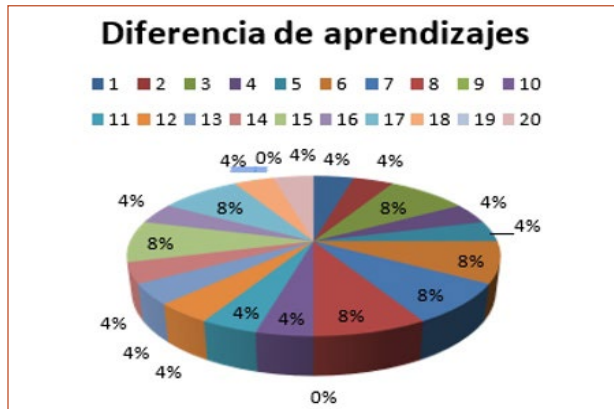
– *Hipótesis H_2 :*

H_a: El uso del software educativo GeoGebra influye en el aprendizaje conceptual de las funciones en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

Ho: El uso del software educativo GeoGebra no influye en el aprendizaje conceptual de las funciones en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

TABLA 10. Cálculo del valor estadístico aprendizaje conceptual

Estudiantes	Examen postest x2	Examen pre-test x1	Diferencia d	(d – u)	(d – u) ²
1	3	2	1	-0,2	0,04
2	3	2	1	-0,2	0,04
3	4	2	2	0,8	0,64
4	2	1	1	-0,2	0,04
5	2	1	1	-0,2	0,04
6	5	3	2	0,8	0,64
7	3	1	2	0,8	0,64
8	3	1	2	0,8	0,64
9	2	2	0	-1,2	1,44
10	4	3	1	-0,2	0,04
11	3	2	1	-0,2	0,04
12	2	1	1	-0,2	0,04
13	1	0	1	-0,2	0,04
14	3	2	1	-0,2	0,04
15	3	1	2	0,8	0,64
16	2	1	1	-0,2	0,04
17	3	1	2	0,8	0,64
18	3	2	1	-0,2	0,04
19	2	2	0	-1,2	1,44
20	4	3	1	-0,2	0,04
		Media(u)	1,2		7,2

FIGURA 8. Diferencia del examen del postest y pre-test conceptual

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{\sigma d}{\sqrt{N}}}$$

- t = valor estadístico del procedimiento
 $\bar{d}$ = valor promedio o media de las diferencias entre el examen antes y después
 σd = desviación estándar de las diferencias entre el examen antes y después
 N = tamaño de la muestra

La media aritmética de las diferencias se obtiene de la siguiente manera:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{N}$$

La desviación estándar de las diferencias se logra como sigue:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{N-1}} \quad \sigma_d = \sqrt{\frac{7.2}{20-1}} = 0.61554$$

$$t_{obtenido} = \frac{1.2}{\frac{0.61554}{\sqrt{20}}} = 8.7142$$

$$t_{critico} = 1.6839 \text{ (Tabla de la t-student para una sola cola)}$$

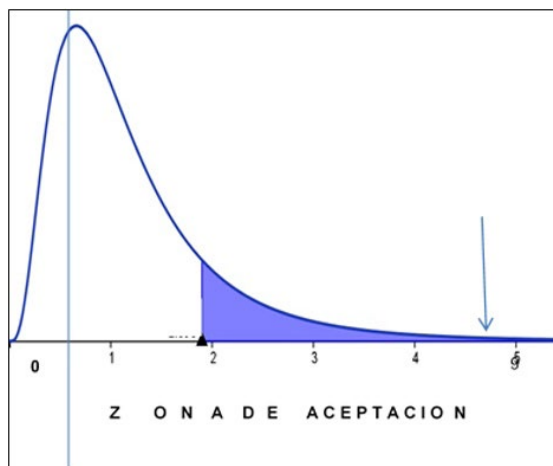
TABLA 11. Decisión estadística

t obtenido	8,7143
t crítico	1,6839

Se obtiene el valor de t obtenido = 8,7143 (valor que se toma de los datos de la muestra); y el valor de t crítico = 1,6839 (valor que se obtiene de la tabla t-student), es decir:

Como: $t_b \text{ obtenido} > t \text{ crítico}$, para (1 colas)

Es decir: $8,7143 > 1,6839$ se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

FIGURA 9. Zona de aceptación

El valor de t obtenido o calculado = 8,7143 pertenece a la zona de aceptación de la hipótesis alterna por lo que estamos en la condición de aceptar la hipótesis secundaria propuestas para cualquier nivel de significación.

– *Hipótesis H_3 :*

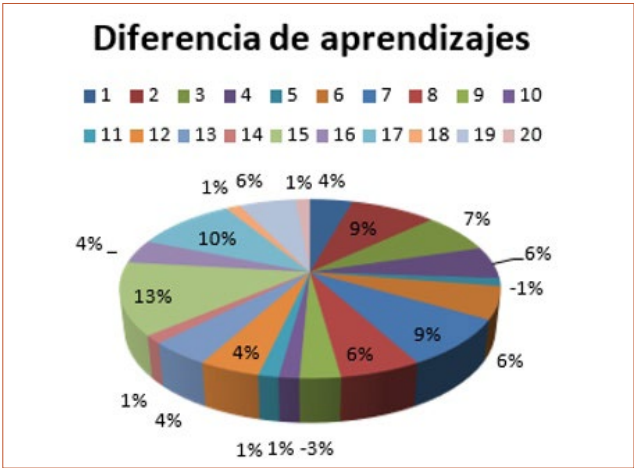
H_a : El uso del software educativo GeoGebra influye en el aprendizaje procedimental de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

H_o : El uso del software educativo GeoGebra no influye en el aprendizaje procedimental de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

TABLA 12. Cálculo del valor estadístico aprendizaje procedimental

Estudiantes	Examen posttest x2	Examen pre-test x1	Diferencia d	$(d - u)$	$(d - u)^2$
1	6	3	3	-0,15	0,0225
2	10	4	6	2,85	8,1225
3	9	4	5	1,85	3,4225
4	11	7	4	0,85	0,7225
5	9	10	-1	-4,15	17,2225
6	14	10	4	0,85	0,7225
7	9	3	6	2,85	8,1225
8	10	6	4	0,85	0,7225
9	6	8	-2	-5,15	26,5225
10	7	6	1	-2,15	4,6225
11	6	5	1	-2,15	4,6225
12	10	7	3	-0,15	0,0225
13	11	8	3	-0,15	0,0225
14	10	9	1	-2,15	4,6225
15	11	2	9	5,85	34,2225
16	10	7	3	-0,15	0,0225
17	8	1	7	3,85	14,8225
18	6	5	1	-2,15	4,6225
19	9	5	4	0,85	0,7225
20	9	8	1	-2,15	4,6225
		Media(u)	3,15		138,55

FIGURA 10. Diferencias de aprendizajes



$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{\sigma d}{\sqrt{N}}}$$

- t = valor estadístico del procedimiento
 d = valor promedio o media de las diferencias
 entre el examen antes y después
 σd = desviación estándar de las diferencias
 entre el examen antes y después
 N = tamaño de la muestra

La media aritmética de las diferencias se obtiene de la siguiente manera:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{N}$$

La desviación estándar de las diferencias se logra como sigue:

$$\sigma d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{N-1}} \quad \sigma d = \sqrt{\frac{138.55}{20-1}} = 2.700$$

$$t_{obtenido} = \frac{3.15}{\frac{2.7}{\sqrt{20}}} = 5.215$$

$$t_{critico} = 1.6839 \text{ (Tabla de la t-student para una sola cola)}$$

TABLA 13. Decisión estadística

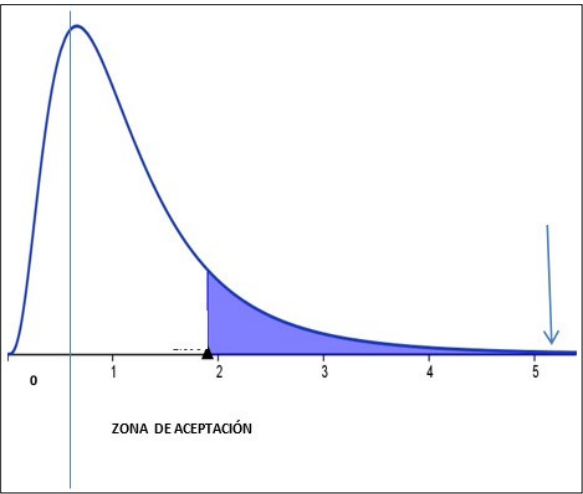
t obtenido	5,215
t crítico	1,6839

Se consigue el valor de obtenido = 5,215 (valor que se toma de los datos de la muestra); y el valor de t crítico =1,6839 (valor que se obtiene de la tabla t-student), es decir:

Como: $t \text{ obtenido} > t \text{ crítico}$, para (1 cola)

Es decir: $5,215 > 1,6839$ se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

FIGURA 11. Zona de aceptación



El valor de t obtenido o calculado = 5,215 pertenece a la zona de aceptación de la hipótesis alterna por lo que estamos en la condición de aceptar la hipótesis principal propuestas para cualquier nivel de significación.

T. Discusión de resultados

Los cálculos conseguidos para hallar el t obtenido confirmaron la aceptación de la hipótesis alterna, ya que fueron mayores que el t crítico tanto para la hipótesis principal como para la hipótesis secundaria, lo que evidencia que la distribución de las diferencias de los aprendizajes fue efectiva.

El estadístico paramétrico t de student obtenido o calculado para la hipótesis principal fue de 2,433 y se distribuye con 38 grados de libertad, con este valor de t se rechaza la hipótesis nula para cualquier nivel de significación, habiéndose aceptado y probado la hipótesis principal. Los resultados proporcionan también el intervalo de confianza con el 95% de nivel de confianza, conforme se aprecia del análisis e interpretación de la tabla.

Por estas razones podemos afirmar que las dos hipótesis secundarias también ratifican la conclusión anterior. Por lo que el uso del software educativo GeoGebra influye de manera significativa en el aprendizaje de funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, en el año 2013.

CONCLUSIONES

Se logró determinar el efecto positivo del uso del software educativo GeoGebra que influye de manera significativa en el aprendizaje de funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera de Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle en 2013, tal como lo evidencian la prueba de hipótesis y la discusión de resultados.

Se logró determinar el efecto positivo de la influencia del uso del software educativo GeoGebra en el aprendizaje conceptual de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle en 2013.

Se logró determinar el efecto positivo de la influencia del uso del software educativo GeoGebra en el aprendizaje procedimental de las funciones en los estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera Electrónica y Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle en 2013.

SUGERENCIAS

Que, en coordinación con el Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, y con la ayuda del profesor especialista en el uso del software GeoGebra programe cursos-talleres para los docentes, para la aplicación del software educativo en la asignatura Cálculo I para que contribuyan al aprendizaje significativo de los estudiantes.

Es importante enseñar a los estudiantes que existen diferentes formas para lograr el aprendizaje del cálculo y que pueda superar sus debilidades en este mundo virtual. Es necesario trabajar temas matemáticos con la aplicación del software y con los profesores del Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones, para contribuir de alguna manera con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Cálculo I y también para los estudiantes de las diferentes facultades de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

Se sugiere a las autoridades de la Facultad de Tecnología de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, que promuevan el manejo adecuado de software educativo como un asistente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Cálculo I. Una de las falencias que puede ser un factor en contra e incluso una causa de deserción en las asignaturas Matemática Básica es la indecisión y falta de conocimiento en el manejo de programas computacionales como es el software matemático por parte de los estudiantes y docentes, aspecto que puede ser tenido en cuenta para futuras investigaciones.

CAPÍTULO QUINTO

La importancia de los software y su incidencia en los procesos educativos

Uno de los grandes retos que enfrenta el docente en la sociedad actual es de qué manera enseñar o abordar los diversos conceptos y las complejas formas matemáticas sin caer en el habitual desgaste que, por lo general, suele aparecer durante el acto pedagógico. Aunado a esta situación, las condiciones socioeconómicas y las permanentes actividades burocráticas que debe cumplir, entre otras situaciones, acaban por desaprovechar los procesos de enseñanza verdaderos y auténticos. De allí que uno de los desafíos que presenta el docente en la actualidad, sea precisamente el cómo afrontar una cultura de la misma enseñanza que sigue siendo pasiva, además de reproductora de los viejos esquemas y enfoques que, en alguna época, fueron los principales métodos de enseñanza y de aprendizaje de estos maestros.

Si bien es importante que el actual maestro conozca los avances y los aportes de las herramientas tecnológicas, también se debe considerar que el mismo no se encuentra con las capacidades y el entrenamiento adecuado para implementar estos adelantos en el salón de clases, aun cuando los mismos maestros no están de acuerdo con sus propios criterios preparados para enfrentar las novedades tecnológicas; ellos mismos no se sienten ajenos ante la aparición de estas herramientas,

antes bien, la incorporación de estos métodos de enseñanza como las TIC, distintos tipos de software y dispositivos tecnológicos, pueden de alguna u otra manera generar procesos y desarrollar en los estudiantes otros mecanismos altamente significativos en sus aprendizajes, además de crear otros sistemas de enseñanza en los docentes involucrados.

Desde hace unas décadas, se ha debatido sobre la relevancia de las herramientas tecnológicas en el ámbito educativo, aun cuando existen puntos de encuentros, de igual manera se han asomado enormes brechas y discusiones en torno a este tema, lo que ha provocado interesantes puntos de reflexión y análisis sobre las incorporaciones o no, de estas herramientas dentro del salón de clases. Sin embargo, no se puede negar su eficacia a la hora de enseñar los complejos procedimientos matemáticos que amerite no solo a un docente con competencias en el área, sino que también tenga las herramientas adecuadas para el logro de tales fines, objetivos y metas de aprendizaje, aparte de contar con la disponibilidad y la empatía para su enseñanza.

Uno de los obstáculos que por lo general se encuentran los docentes en el aula de clases es la formación académica de sus estudiantes, debido en parte a un proceso frágil de enseñanza, además de otros factores no menos importantes y que parecen estar incidiendo en el desempeño formativo de los estudiantes. Otro de los factores es la carencia de recursos y métodos de avanzada. Muchos de los establecimientos educativos no tienen la infraestructura tecnológica disponible, falta de conectividad o de electricidad que impiden de manera real que estas herramientas no se lleguen a aplicar. El temor que siente el docente al verse “desplazado” por un sistema o programa virtual, puede, de alguna manera, manifestarse en el rechazo hacia estas herramientas y métodos. Con el arribo de las TIC, el docente no se siente seguro de su efectividad, puesto que siente que sus métodos han sido puestos en duda o que cuestionan directamente todos sus aportes y enseñanzas.

Una de las realidades que a diario debe enfrentar el docente es precisamente las ventajas que muchos de los estudiantes tienen sobre sus profesores: la denominada brecha generacional que separa a los preceptores de sus iniciados. El desconocimiento que presentan los docentes en materia tecnológica, puede ser una de las limitantes a la hora de enseñar empleando métodos novedosos; aunque el mismo docente pudiera valerse de las habilidades que los estudiantes poseen, el desconocimiento aún se mantiene y genera enormes desaciertos en la conducción de los aprendizajes, lo que amenazaría los procesos de enseñanza que pretende llevar a cabo el docente de aula.

Cabe señalar que el uso de nuevas tecnologías y herramientas en el aula no pretenden bajo ninguna concepción sustituir al maestro, puesto que las herramientas que se emplean con finalidades específicas son solo mediadoras de un proceso de aprendizaje, aunque este sea usado de forma diferente, no se descarta su importancia a la hora de transmitir un conocimiento. De acuerdo con BUSTOS, citado por ACOSTA *et al.*, “que el uso de las TIC permitirá el desarrollo de la visualización matemática, una mayor manipulación de las herramientas de uso y la comprensión de gráficos o elementos geométricos de los problemas matemáticos”⁴⁶.

Tanto el empleo de las herramientas, como la actuación del docente, son esenciales para la eficacia de los contenidos que se ofrecen. De allí que es importante conocer cuál es el verdadero rol que tiene un docente de aula en las sociedades actuales, por lo que debe entenderse que él no es solo un mero transmisor de conceptos y teorías, sino que también es un ente motivador de los procesos de aprendizaje, dinamizador, coordinador y facilitador de los acontecimientos escolares y académicos. Así mismo, el estudiante debe incitar a que este proceso interactivo se logre y así, cumplir los objetivos y metas de aprendizaje.

De acuerdo con las contribuciones ofrecidas por la teoría constructivista, señala que el estudiante tiene un papel decisivo en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, puesto que estaría, mediante el empleo de novedosas propuestas metodológicas, asumiendo un rol determinante en el complejo proceso de aprendizaje, siendo también un procesador activo que construye el conocimiento a través de su propia experiencia y esquemas preestablecidos, solo así se estarían cumpliendo los procesos de significados involucrando diversos actores que de manera directa actúan y se relacionan entre sí.

Conscientes tanto el docente como el estudiante de la importancia del uso de las nuevas tecnologías en el aula de clases, se debe también tener claro que el éxito de la enseñanza radica fundamentalmente en la apropiación del conocimiento, en el intercambio de ideas sobre la

46 INDIRA BUSTOS GONZALEZ cit. en ROSA FIORELLA ACOSTA PÉREZ, FREDY JERRY MUÑOZ ROMERO y SAMUEL VÁSQUEZ CUADROS. “Aplicación del software GeoGebra y su influencia en el aprendizaje de la geometría en estudiantes del cuarto grado del nivel secundario de la Institución Educativa Pública Felipe Santiago Estenós de la UGEL N.º 06” (tesis de pregrado), Lima, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, 2015, disponible en [<https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/1112>], p. 7.

realidad tanto del docente como del estudiante. Sin el conocimiento de estas realidades, sería complicado asumir los retos que se derivan de la misma práctica docente. Con el avance vertiginoso de las ciencias y la tecnología, se asume otro de los grandes retos que deben enfrentar ambos actores involucrados, nuevas formas incluso de comunicarse, nuevas maneras de indagar y hallar el sentido de la enseñanza. Muchos jóvenes en las sociedades actuales hacen uso cotidiano de las tecnologías, la mayoría de estas herramientas hacen posible que muchos de ellos logren interactuar con otros jóvenes desde distintas geografías. El uso de las tecnologías en el aula de clases hace posible el incremento de nuevas expectativas en los estudiantes y, como consecuencia, la motivación será mejor permitiendo una mayor y eficaz comprensión de los procesos continuos de aprendizaje.

Con la aplicación de herramientas tecnológicas en el aula se cree firmemente que se están enseñando los procesos teóricos matemáticos más elementales; sin embargo, el hecho de implementar modelos y métodos de vanguardia no es suficiente, pues se necesitan de otros condicionantes para la obtención de aprendizajes significativos, como por ejemplo el dominio o el conocimiento de conceptos específicos de la materia. Otro de los errores que pudieran presentarse en docentes, es cuando se emplea como recurso una herramienta tecnológica para explicar un concepto que pudiera encontrarse en el mismo contexto de acción pero sin variar la metodología, es decir, llevan a cabo la misma acción como si emplearan la pizarra y generan gastos innecesarios de recursos que bien pudieron ser aprovechados.

El uso de las tecnologías en el aula de clases no es un mero recurso que facilite los procesos de aprendizaje, más bien su empleo debe hacerse de forma consciente y debe estar orientado fundamentalmente hacia la construcción de nuevas teorías y conceptos, que incite a la participación y a la consolidación de nuevos escenarios de acción comunicativa entre docentes, padres y estudiantes, con el fin de propiciar los encuentros y de afianzar los aprendizajes requeridos y demandados por la sociedad actual.

BIBLIOGRAFÍA

- ACOSTA PÉREZ, ROSA FIORELLA; FREDY JERRY MUÑOZ ROMERO y SAMUEL VÁSQUEZ CUADROS. “Aplicación del software GeoGebra y su influencia en el aprendizaje de la geometría en estudiantes del cuarto grado del nivel secundario de la Institución Educativa Pública Felipe Santiago Estenós de la UGEL N.º 06” (tesis de pregrado), Lima, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, 2015, disponible en [<https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/1112>].
- BARAHONA AVECILLA, FREDY; OLGA BARRERA CÁRDENAS, BYRON VACA BARAHONA y BLANCA HIDALGO PONCE. “GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil”, en *Revista Tecnológica ESPOL – RTE*, vol. 28, n.º 5, 2015, pp. 121 a 132, disponible en [<http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>].
- CARVAJAL TÉLLEZ, JOSÉ FERNANDO; ELVIRA GUADALUPE RINCÓN FLORES, LEOPOLDO ZÚÑIGA SILVA y LUPE GARCÍA CANO. “Uso del software GeoGebra como estrategia de enseñanza para triángulos rectángulos de 30°- 60° dirigida a estudiantes de décimo grado”, en *Revista de Investigación Educativa*, vol. 7, n.º 14, 2017, pp. 56 a 62, disponible en [<https://riege.mx/index.php/riege/article/view/330/284>].
- CASTILLO, SANDRA. “Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática”, en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa Relime*, vol. 11, n.º 2, 2008, pp. 171 a 194, disponible en [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002].
- CATALDI, ZULMA. “Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo” (tesis de maestría), Argentina, Universidad de La Plata, 2000, disponible en [<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/4055>].

- COSTA, VIVIANA ANGÉLICA y LAURA SOMBRA DEL RÍO. “La noción de función: una introducción utilizando GeoGebra”, en *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Madrid, 10 a 14 de julio de 2017, disponible en [http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/65670/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y].
- CRESPO CRESPO, CECILIA; ROSA MARÍA FARFÁN y JAVIER LEZAMA. “Algunas características de las argumentaciones y la matemática en escenarios sin influencia aristotélica”, en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa Relime*, vol. 12, n.º 1, 2009, pp. 29 a 66, disponible en [<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33512103>].
- DELGADO NAVARRO, FABIOLA y JOHANNA BRENES ORTEGA. “Matemática en las civilizaciones: aritmética y álgebra en el antiguo Egipto y Babilonia”, en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 31, n.º 1, 2018, pp. 373 a 378, disponible en [<http://funes.uniandes.edu.co/13468/1/Delgado2018Matematica.pdf>].
- GALÁN ATIENZA, BENJAMÍN. “La historia de las matemáticas: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen” (trabajo académico), Santander, España, Universidad de Cantabria, 2012, disponible en [<https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/1764>].
- GARCÍA, CARLOS MARCELO; DENIA RAMONA BURGOS, PAULINO MURILLO ESTEPA y JUAN FRANCISCO JASPEZ NERO. “Aprender con tecnologías para enseñar con tecnologías en República Dominicana. El programa República Digital Educación”, en *Revista Iberoamericana de Educación*, vol. 79, n.º 1, 2019, pp. 115 a 134, disponible en [<https://rieoei.org/RIE/article/view/3322>].
- GARCÍA, GRACIELA y PATRICIA CUADROS. “Estrategias para mejorar la enseñanza de la estadística con GeoGebra”, en *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Montevideo, Uruguay, 16 a 20 de septiembre de 2013, disponible en [<http://funes.uniandes.edu.co/19197/1/Garc%C3%ADa2013Estrategias.pdf>].
- GEORGE, DARREN y PAUL MALLERY. *SPSS for Windows step by step: a simple guide and reference, 11.0 update*, Boston, Allyn & Bacon, 2003.

- GIBAJA, EVA; MARÍA LUQUE y AMELIA ZAFRA. “Aplicación de técnicas de aprendizaje activo a la enseñanza de la programación de ordenadores”, en *Enseñanza y Aprendizaje de Ingeniería de Computadoras*, n.º 9, 2019, pp. 107 a 118, disponible en [<https://digibug.ugr.es/handle/10481/58157>].
- GÓMEZ BLANCARTE, ANA LUISA; REBECA GUIRETTE y FELIPE MORALES COLORADO. “Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra”, en *Educación Matemática*, vol. 29, n.º 3, 2017, pp. 189 a 224, disponible en [<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/2017/11/29/propuesta-para-el-tratamiento-de-interpretacion-global-de-la-funcion-cuadratica-mediante-el-uso-del-software-geogebra/>].
- GONZÁLEZ, JOSÉ LUIS y JUAN ANTONIO FLORES. “Aportaciones cistercienses al desarrollo de las matemáticas en el siglo XVII”, en *Revista de História da Educação Matemática*, vol. 3, n.º 1, 2017, pp. 67 a 77, disponible en [<http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/119>].
- HERNÁNDEZ SAMPIERI, ROBERTO; CARLOS FERNÁNDEZ COLLADO y MARÍA DEL PILAR BAPTISTA LUCIO. *Metodología de la investigación*, México, D. F., McGraw-Hill, 2014.
- MACÍAS FERRER, DAVID. “Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas”, en *Revista Iberoamericana de Educación*, vol. 42, n.º 4, 2007, pp. 1 a 17, disponible en [<https://rieoei.org/RIE/article/view/2406>].
- MARTÍNEZ GÓMEZ, JOSÉ NELSON. “Apropiación del concepto función usando el software GeoGebra” (tesis de maestría), Manizales, Colombia, Universidad Nacional de Colombia, 2013, disponible en [<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11914>].
- MASSA ESTEVE, MARÍA ROSA. “Las relaciones entre el álgebra y la geometría en el siglo XVII”, en *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, vol. 24, n.º 51, 2001, pp. 705 a 725.

- MORALES PERAL, LINA. “Las matemáticas en el antiguo Egipto”, en *Apuntes de Historia de las Matemáticas*, vol. 1, n.º 1, 2002, pp. 5 a 12, disponible en [<https://docer.com.ar/doc/n5x10xe>].
- ORGANIZACIÓN DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA. *Hacia las sociedades del conocimiento*, París, UNESCO, 2005, disponible en [<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000141908>].
- ORTIZ FERNÁNDEZ, ALEJANDRO. “Matemática en los antiguos Egipto y Babilonia”, en *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, vol. 4, n.º 13, 2008, pp. 5 a 18, disponible en [<https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/20>].
- ORTIZ HERMOSILLO, CITLALIN AURELIA y MARTHA ELENA MEJÍA MALDONADO. “GeoGebra como herramienta en la enseñanza del cálculo para adquirir competencias en estudiantes de ingeniería”, en *Anfei Digital*, año 6, n.º 11, 2019, pp. 1 a 10, disponible en [<https://anfei.mx/revista/index.php/revista/article/view/610>].
- RUIZ DE LA ROSA, JOSÉ ANTONIO. “Cuestiones de geometría y dibujo de arquitectura”, en JOSÉ JOAQUÍN PARRA (ed.). *Análisis y Comunicación Contemporánea de la Arquitectura* ACCA 017, Sevilla, Universidad de Sevilla, 2019, pp. 55 a 67, disponible en [<https://idus.us.es/handle/11441/88783>].
- SÁNCHEZ CARLESSI, HUGO; CARLOS REYES ROMERO y KATIA MEJÍA SÁENZ. *Manual de términos de investigación científica, tecnológica y humanística*, Lima, Universidad Ricardo Palma, 2018, disponible en [<http://repositorio.urp.edu.pe/handle/URP/1480?show=full>].
- SÁNCHEZ RISCO, JOSÉ ANTONIO. *La matemática en la India: 500-1200 d. C.*, disponible en [http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/4/4_matematica_india.pdf].
- TOUDERT, DJAMEL. “Brecha digital, uso frecuente y aprovechamiento de Internet en México”, en *Convergencia*, n.º 79, 2019, pp. 1 a 27, disponible en [<https://convergencia.uaemex.mx/article/view/10332>].



Editado por el Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–,
en mayo de 2022

Se compuso en caracteres Minion Pro de 11 y 9 pts.

Bogotá, Colombia