

**El valor de la formación en  
etnomatemática aimara  
para docentes en Puno, Perú**



**Henry Mark Vilca Apaza  
Fredy Sosa Gutiérrez  
Lalo Vásquez Machicao**



Instituto Latinoamericano de Altos Estudios





El valor de la formación  
en etnomatemática aimara  
para docentes en Puno, Perú



El valor de la formación  
en etnomatemática aimara  
para docentes en Puno, Perú

Henry Mark Vilca Apaza  
Fredy Sosa Gutiérrez  
Lalo Vásquez Machicao

Queda prohibida la reproducción por cualquier medio físico o digital de toda o un aparte de esta obra sin permiso expreso del Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–.

Publicación sometida a evaluación de pares académicos (*Peer Review Double Blinded*).

Esta publicación está bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento - NoComercial - SinObraDerivada 3.0 Unported License.



ISBN 978-958-5535-43-5

- © HENRY MARK VILCA APAZA, 2020
  - © FREDY SOSA GUTIÉRREZ, 2020
  - © LALO VÁSQUEZ MACHICAO, 2020
  - © Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–, 2020
- Derechos patrimoniales exclusivos de publicación y distribución de la obra  
Cra. 18 # 39A-46, Teusquillo, Bogotá, Colombia  
PBX: (571) 232-3705, FAX (571) 323 2181  
[www.ilae.edu.co](http://www.ilae.edu.co)

Diseño de carátula y composición: HAROLD RODRÍGUEZ ALBA  
Edición electrónica: Editorial Milla Ltda. (571) 702 1144  
[editorialmilla@telmex.net.co](mailto:editorialmilla@telmex.net.co)

Editado en Colombia  
*Published in Colombia*

## CONTENIDO

AGRADECIMIENTO	19
INTRODUCCIÓN	21
CAPÍTULO PRIMERO	
LA EDUCACIÓN INTERCULTURAL	23
I. Delimitación de términos	23
II. Principios y objetivos esenciales	25
A. El caso peruano	26
CAPÍTULO SEGUNDO	
ELEMENTOS Y TÉRMINOS MATEMÁTICOS AIMARA	29
I. Ley de la relatividad andina	30
II. Ley de la analogía	31
A. Primera cualidad	31
B. Segunda cualidad	32
C. Tercera cualidad	35
D. Cuarta cualidad	37
E. Quinta cualidad	38
III. El sistema numérico quechua y aimara	41
A. Composición numérica en la cultura aimara	54
1. La numeración del cero al diez	54
2. La numeración del 11 al 19	55
3. La numeración del 20 al 29	56
B. Regla de composición	57
1. Decenas (D) - <i>Tunkanaka</i> (T)	58
2. Centenas (C) - <i>Patakanaka</i> (P)	59
3. Unidades de millar (UM) - <i>Waranqhanaka</i>	60
4. Decenas de millar (DM) - <i>Tunka Waranqhanaka</i>	60
5. Centenas de millar (CM) - <i>Pataka Waranqhanaka</i>	62
6. El millón - <i>Junu</i>	63
7. Decenas de millón (Dm) - <i>Tunka Jununaka</i>	65

8.	Centenas de millón (Cm) - <i>Pataka Jununaka</i>	65
9.	Los billones - <i>Junjununaka</i>	66
10.	Trillones - <i>Junkimsawayta</i>	66
11.	Cuatrillones - <i>Junpusiwayta</i>	67
12.	Recomendación para la correcta escritura de números	68
IV.	La recta numérica	69
A.	Comparación de números ( <i>jakhunaka tupt'aña</i> )	69
B.	Los números adverbiales	70
V.	<i>Jullisalta</i> / figuras geométricas	72
A.	Figuras geométricas básicas	72
1.	Círculo	72
2.	Rectángulo	73
3.	Cuadrado	73
4.	Triángulo	73
B.	Los polígonos	78
1.	<i>Mujinanaka</i>	80
2.	<i>Pusiqawayanaka</i> o cuadriláteros	82
3.	Paralelogramos ( <i>Jikiwisqawayaya</i> )	83
4.	Rombo ( <i>p'uyu</i> )	84
5.	Rectángulo ( <i>sayt'u</i> )	85
6.	Trapecios ( <i>qhapananaka</i> )	85
7.	Circunferencia y círculo	86
C.	El <i>muyta tupu</i>	87
D.	<i>Chakata chiqakinaka pampa</i>	87
E.	<i>Jullitununaka, tikanaka</i> : cuerpos geométricos	89
1.	<i>Muruq'u</i>	90
2.	<i>Suxta ajanu</i> o cubo	90
3.	<i>Sayt'umuyu</i> o <i>T'uyu</i>	91
4.	<i>Kalicha</i> o cono	91
5.	Pirámide ( <i>wamp'ara</i> )	92
6.	Prisma ( <i>pirwa</i> )	92
VI.	Términos matemáticos adicionales sobre geometría y medida	94
CAPÍTULO TERCERO		
ETNOMATEMÁTICA		97
I.	Definición y panorama evolutivo	98
II.	La etnomatemática aimara	99
III.	<i>Pacha aptapi</i> u organización del espacio	101
A.	La lógica de los opuestos	110
IV.	<i>Jakhunakampi jakhuchäwinpi</i> : números y numeración	112
A.	<i>Qutunaka</i> : conjuntos	112

B.	Clasificación de los números	114
1.	Número cardinal	114
2.	Números congregativos o distributivos	114
3.	Los números ordinales ( <i>siqiyirjakhu</i> )	115
C.	Operaciones básicas	116
1.	<i>Qala</i> : contabilidad con piedras	116
2.	Adición o <i>pacha jakhunaka jakhthapiwi</i>	121
3.	Sustracción o <i>pacha jakhunaka jakhuqäwi</i>	121
4.	Multipliación o <i>pacha jakhunaka miräwi</i>	122
5.	División o <i>pacha jakhunaka lakïwi</i>	122
6.	Los signos de las operaciones básicas: <i>pusi lurjana chimpunakapa</i>	123
7.	<i>Pachjatanaka</i> : fracciones	124
8.	Número fraccionario: <i>pachjata jakhu</i>	125
9.	Representación y lectura de fracciones	126
10.	Lenguaje matemático fraccionario aimara	127
11.	Número decimal: <i>Tunkaqa jakhu</i>	128
V.	<i>Aymara saltatuqita</i> : etnogeometría aimara	129
A.	Elementos de la geometría	133
1.	Recta ( <i>chiqaki</i> )	133
2.	Semirrecta ( <i>chikchiqaki</i> )	135
3.	Segmento ( <i>chimputchiqaki</i> )	135
4.	Ángulos ( <i>k'uchunaka</i> )	135
VI.	<i>Tupuñanaka</i> : unidades de medida	137
A.	Medición de superficies en el mundo aimara ancestral	138
1.	<i>Phala</i> : Medición con la soga	139
2.	<i>Kawuya</i>	139
3.	<i>Yugada</i> o yunta	140
4.	<i>Iqa</i>	141
5.	<i>Wakiña</i>	141
6.	Masa	142
7.	<i>Tupu</i> (legua)	142
8.	<i>Suka</i> (surco)	143
9.	<i>Phit'u</i>	143
B.	Medidas de longitud	143
C.	Medición de masa	144
1.	<i>Jach'i</i> (puñado)	144
2.	<i>Phuxtu</i> (doble puñado)	144
3.	<i>Qutu</i> (montón)	144
4.	<i>Tupilla</i>	144
VII.	<i>Yatichaña yānanaka</i> : materiales educativos	145

**CAPÍTULO CUARTO**

**CONOCIMIENTO DE LA ETNOMATEMÁTICA AIMARA EN LOS  
DOCENTES DE LAS PROVINCIAS DE MOHO Y EL COLLAO  
EN EL DEPARTAMENTO DE PUNO, 2008**

	149
I. Hipótesis general	150
II. Hipótesis específicas	150
III. Objetivos	151
A. General	151
B. Específicos	151
IV. Tipo y diseño de investigación	152
V. Población y muestra	152
VI. Identificación de variables	154
VII. Técnica e instrumento de recolección de datos	156
A. Plan de recolección de datos	156
B. Plan de tratamiento de datos y diseño estadístico	157
C. Plan de análisis e interpretación de datos	157
VIII. Análisis y presentación de los resultados	158
A. Nivel de conocimiento de la etnomatemática aimara en docentes de la ugel El Collao y Moho del departamento de Puno	163
B. El conocimiento sobre organización del espacio en docentes de las provincias de El Collao y Moho	165
C. El conocimiento sobre números y numeración de la etnomatemática aimara en docentes de las provincias de El Collao y Moho	167
D. El conocimiento sobre operaciones básicas en docentes	169
E. Conocimiento sobre fracciones y decimales en docentes	171
F. El conocimiento sobre geometría aimara	173
G. Conocimiento sobre unidades de medida	175
Conclusiones	176
Recomendaciones	178

**CAPÍTULO QUINTO**

**HACIA UNA REVALORIZACIÓN DEL ETNOCONOCIMIENTO**

**BIBLIOGRAFÍA**

**LOS AUTORES**

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Correlaciones simbólicas más importantes de la mitología andina	40
Tabla 2. Adaptación de la numeración aimara al castellano	40
Tabla 3. Los números y sus representaciones	42
Tabla 4. Lista de numeraciones aimaras	44
Tabla 5. Significado terminológico	45
Tabla 6. Estructuración original de la numeración aimara	47
Tabla 7. Correlaciones simbólicas de la mitología andina	49
Tabla 8. Las unidades y el cero	54
Tabla 9. Su numeración	55
Tabla 10. De 20 al 29	56
Tabla 11. Las decenas	58
Tabla 12. Distribución de las centenas	59
Tabla 13. Unidades de millar	60
Tabla 14. Decenas de millar	61
Tabla 15. Centenas de millar	62

Tabla 16. Unidades de millón	64
Tabla 17. Decenas de millón	65
Tabla 18. Centenas de millón	65
Tabla 19. Billones	66
Tabla 20. Trillones	67
Tabla 21. Los cuatrillones	67
Tabla 22. Numeración aimara	68
Tabla 23. Correspondencia en aimara	69
Tabla 24. Nombres y disposición en aimara	70
Tabla 25. Los órdenes de valor posicional	71
Tabla 26. Principales figuras geométricas	73
Tabla 27. Clases de polígono	79
Tabla 28. Elementos de un triángulo	80
Tabla 29. Clases de triángulos	82
Tabla 30. Elementos de un cuadrilátero	82
Tabla 31. Clases de paralelogramo	83
Tabla 32. Clases de trapecio	85
Tabla 33. Sus componentes	86
Tabla 34. Componentes del perímetro	87
Tabla 35. Otros términos vinculados al plano cartesiano	88
Tabla 36. Cuerpos geométricos	90

Tabla 37. Elementos de la pirámide	92
Tabla 38. Cuerpos redondos	94
Tabla 39. Lista alfabética	94
Tabla 40. Términos aimaras sobre la organización del espacio	101
Tabla 41. Términos aimaras	110
Tabla 42. Los conjuntos	112
Tabla 43. Números distributivos	114
Tabla 44. Numeración ordinal	115
Tabla 45. Operaciones básicas en aimara	120
Tabla 46. Acción operativa	120
Tabla 47. Partes de la división	123
Tabla 48. Términos de los signos	123
Tabla 49. Números fraccionarios	125
Tabla 50. Escritura y lectura de fracciones más grandes	126
Tabla 51. Tipos de fracciones	127
Tabla 52. Términos de los números decimales	128
Tabla 53. Su nomenclatura	133
Tabla 54. Tipos de ángulos	135
Tabla 55. Terminología	137
Tabla 56. Las longitudes	143
Tabla 57. Unidades de medición de masa	145

Tabla 58. Población de investigación: docentes de la unidad de gestión educativa local de Moho y El Collao, 2008	153
Tabla 59. Operacionalización de variables	155
Tabla 60. Resultados sobre capacitación y/o especialización en educación intercultural bilingüe, en docentes de las provincias de El Collao y Moho, 2008	159
Tabla 61. Índices de capacitación	162
Tabla 62. Conocimiento sobre etnomatemática aimara, según dimensiones	163
Tabla 63. El conocimiento sobre organización del espacio, según indicadores, en los docentes	165
Tabla 64. Conocimiento sobre números y numeración	167
Tabla 65. Nociones sobre operaciones básicas	169
Tabla 66. Decimales y fracciones	171
Tabla 67. Indicadores específicos	173
Tabla 68. Indicadores de valor	175

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Espiral	31
Figura 2. Espiral reflejada	33
Figura 3. Adhesión al dualismo generatriz	36
Figura 4. Doble espiral	37
Figura 5. Corte transversal de la doble espiral	38
Figura 6. <i>K'ana</i>	48
Figura 7. Pirámide pusinti	50
Figura 8. Doble espiral	51
Figura 9. <i>Muyu</i>	74
Figura 10. <i>Muyu qutaña</i> (laguna circular)	75
Figura 11. <i>Sayt'u qutaña</i> (rectangular)	76
Figura 12. <i>Pusi k'uchu</i>	76
Figura 13. <i>Kimsa k'uchu</i>	77
Figura 14. <i>Sayt'u</i>	77
Figura 15. Camellotes con forma rectangular	78
Figura 16. Elementos en aimara	81

Figura 17. En lengua aimara	83
Figura 18. <i>P'uyu</i>	84
Figura 19. <i>Muyuthiya</i>	86
Figura 20. <i>Putuko</i>	89
Figura 21. Chullpas de Cutimbo	91
Figura 22. Chullpa cilíndrica (Pirapi chico - siglo XIV)	93
Figura 23. Distancia	104
Figura 24. Disposición	104
Figura 25. Posición	105
Figura 26. Desplazamiento	106
Figura 27. Tamaño	106
Figura 28. Dirección	107
Figura 29. Segunda posición	107
Figura 30. Tamaño	108
Figura 31. Volumen	108
Figura 32. Dimensión	109
Figura 33. Indicaciones	109
Figura 34. Orientación	110
Figura 35. Representación didáctica	116
Figura 36. Las partes de la suma	121
Figura 37. Partes de la resta	122

Figura 38. Elementos de la multiplicación	122
Figura 39. Componentes de la fracción	125
Figura 40. <i>Muyu qutaña</i> (laguna circular)	131
Figura 41. <i>Phala</i> con medidas	139
Figura 42. <i>Yunta</i>	140
Figura 43. Descripción gráfica	142
Figura 44. Resultados sobre capacitación y/o especialización en educación intercultural bilingüe, en docentes de las provincias de El Collao y Moho, 2008	160
Figura 45. Resultados de la tabla	163
Figura 46. Resultados de la tabla	166
Figura 47. Resultado gráfico	168
Figura 48. Resultado anterior en gráfica	170
Figura 49. Resultados de la tabla anterior	171
Figura 50. Correspondencia gráfica	173
Figura 51. Distribución gráfica	175



## **AGRADECIMIENTO**

- Al programa de Posgrado de la UAP - Perú, por la formación académica y la búsqueda de la calidad permanente.
- A los académicos de las universidades, de quienes aprendemos, fortalecemos las habilidades en la reflexión y producción académica.
- Nuestro especial reconocimiento a los pueblos originarios del Perú profundo y del Abya Yala, en particular a la cultura quechua y aimara del cual emergen las sabidurías y perspectivas de la Etnomatemática.
- Con todo el aprecio y cariño a los niños y profesores de las UGEL Moho y El Collao de Puno que con profundo empeño desarrollan la matemática milenaria.



## INTRODUCCIÓN

Esta investigación tiene la finalidad de promover el conocimiento de la etnomatemática aimara en los docentes, en especial de quienes son parte de las zonas educativas interculturales, es decir, donde se prioriza un marcado enfoque de Educación Intercultural Bilingüe –EIB–, lo que responde a las necesidades de las comunidades en el trabajo de brindar mejores condiciones de enseñanza, en un ámbito en el que todos tengan participación, una integración completa, sin la obligación de trasgredir o subvertir las creencias, costumbres y tradiciones propias e íntimas que cada estudiante tiene.

La investigación está compuesta por cinco capítulos. Los dos primeros tienen la función de brindar un contexto, son didácticos, para que el lector se inmerja con facilidad, pero sobre todo generan comprensión a los temas de educación intercultural, también para ir en desarrollo de una familiarización con la perspectiva andina aimara a la par de aprehender la lógica que está detrás de cada término o vocablo. La tercera parte comprende el lado teórico del estudio, donde se hace una sistematización de la matemática en base a la tradición aimara, aquí se explica el sistema de numeración y las correlaciones de las disciplinas comunes de la matemática con los conocimientos existentes en la cultura. El capítulo cuarto presenta los resultados obtenidos de encuestas realizadas a los docentes de las provincias enunciadas. Además, se detallan los objetivos del estudio, también las conclusiones y recomendaciones finales.

La última parte está orientada como un elemento complementario, ya que se elabora un discurso informativo en torno al valor y la importancia que tienen los postulados de las culturas amerindias, de manera particular la quechua y la aimara, se explica cuáles son los mayores aportes que han perdurado en el tiempo. Así mismo, están las

últimas reflexiones sobre un tema tan delicado y denso que resulta ser la unidad cultural, se apunta hacia una valoración de todos los acervos culturales que constituyen las peculiaridades del país, pero que son víctimas de exclusión o en el peor de los casos de desarraigo.

## **CAPÍTULO PRIMERO**

### **LA EDUCACIÓN INTERCULTURAL**

La globalización ha traído consigo muchos cambios en varios aspectos de la dinámica social, desde facilitar la comunicación entre diversos espacios más allá de las fronteras, hasta poner a disposición información de múltiples fuentes, pero también ha dejado en evidencia los límites de las relaciones e interrelaciones entre personas con marcos referenciales y culturales tan distintos entre sí, que en algunos casos provoca alejamiento e incluso discriminación.

Se da por sentado el hecho de que los seres humanos traen consigo una carga cultural e histórica, la cual implica sus prácticas, ya sea por medio de expresiones artísticas o de reafirmaciones celebrativas a través de fechas memorables y actos tradicionales, como las danzas o las comidas típicas. Es claro que en cada parte del mundo existe una manifestación étnica única e importante, sin embargo, la tendencia se inclina hacia una homogenización de la cultura, lo que motiva las exclusiones y el odio entre las personas, por eso se han desarrollado propuestas en beneficio de la unión social, se apuesta por un aprendizaje basado en el respeto entre las inmensas variedades socioculturales, para que así sean parte de una comunidad recíproca con la capacidad de comprenderlas, a la par de aprender sobre sí mismas y es esta línea uno de los hilos conductores de la educación intercultural, que no es solo un problema latinoamericano, sino mundial.

#### **I. DELIMITACIÓN DE TÉRMINOS**

En líneas generales se entiende por Educación Intercultural al enfoque pedagógico total, cuyo objetivo es integrar a los estudiantes con acervos culturales disímiles entre sí al circuito educativo, de manera dialógica para que sean miembros activos en las instituciones y puedan

mejorar sus habilidades cognoscitivas en el desarrollo de las clases, así aprenden nuevos temas a la par que conservan sus conocimientos tradicionales sin anteponer o despreciar algunos por encima de otros, por el contrario, la idea es entablar un puente interrelacionar entre ellos. Se apela bastante al lado humano y actitudinal:

La educación intercultural es fundamentalmente una actitud y un comportamiento relativo al tipo de relaciones que se dan entre las culturas que conviven en un ambiente determinado. Se propone atender las necesidades afectivas, cognitivas, sociales y culturales de los individuos y de los grupos posibilitando que cada cultura exprese su solución a los problemas comunes. Es un medio para promover la comunicación entre las personas y para favorecer las actitudes de apertura en un plano de igualdad. No se dirige, pues, sólo a las minorías étnicas o culturales, sino que es una educación para todos. La educación intercultural es una educación para y en la diversidad cultural y no una educación para los culturalmente diferentes<sup>1</sup>.

Hacer demasiado hincapié en el aspecto etnológico, irónicamente fomenta una concepción de sesgada y estereotipada sobre aquellos que forman parte del sistema educativo y quieren sentirse como estudiantes sin etiquetas ni catalogación alguna. Por eso, se debe tener presente que este tipo de educacional no solo se aplica a los inmigrantes ni a los que forman parte de comunidades amerindias, sino se trata de englobar a cada estudiante, más allá de sus peculiaridades para consagrar y ofrecer una educación solvente, eficaz, humana.

Todo esto requiere de un plan de estudios y de una plana docente calificada y sobre todo actualizada con las competencias necesarias para brindar un ambiente apto e integrativo:

Por lo tanto, la educación intercultural debe fomentar que todos los individuos desarrollen un respeto por las diferencias culturales, de manera que el consiguiente sentimiento de igualdad se manifieste en los centros y en la comunidad, y se traduzca en la tolerancia, el respeto, la valoración y el cultivo de las diferencias culturales, la comprensión de las legítimas costumbres y creencias, la adaptación de las metodologías de trabajo a los conocimientos y las experiencias culturales previas, la inclusión en el currículum de referencias culturales específicas de los grupos minoritarios y el establecimiento de un clima de diálogo y negociación en la comunidad educativa<sup>2</sup>.

---

1 XAVIER BESALÚ. *Diversidad cultural y educación*, Madrid, Síntesis, 2002, p. 71.

2 JOSÉ LUIS GARCÍA LLAMAS. "Educación intercultural: Análisis y propuestas", en *Revis-*

Dado el clima que anota la presencia del término cultura, se vuelve transversal precisar cada uno de sus derivados circunscritos en el ámbito educativo. La palabra multicultural se refiere al espacio donde coexisten muchas culturas plurales que entablan relaciones sociocomunicativas, mientras que con intercultural se abarca el aspecto dinámico, es decir, explica el proceso de relaciones e independencias entre ellas, a la par de impulsar la toma de consciencia respecto a la realidad en que se encuentran.

## II. PRINCIPIOS Y OBJETIVOS ESENCIALES

Para algunos pedagogos es necesario, dada la complejidad que envuelve la interculturalidad, trabajar con una guía específica y práctica que permita al docente no alejarse de los lineamientos establecidos en este tipo de educación, y así garantizar mejores resultados entre los estudiantes. Algunos de estos son:

- Reforzar el lado emocional del estudiante en pro de la aceptación y valoración de su identidad cultural.
- Identificar las prácticas discriminatorias para poder solventarlas por medio del diálogo y el intercambio de opiniones.
- Forjar valores de convivencia armónica como respeto, honestidad e igualdad. También explicar sus posibles desplazamientos o integraciones discursivas.
- No hacer distinciones, se trata al alumnado por igual sin menospreciar ni limitar la participación.
- Integrar de forma didáctica los temas del currículo a los saberes y perspectivas tradicionales del alumno, de manera que realice un proceso de análisis e interpretación bidireccional.

---

*ta de Educación*, n.º 336, 2005, disponible en: [<http://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:34538129-b439-44f3-8fce-9a1db7844ebc/re33606-pdf.pdf>], p. 97.

- Mantener un diálogo constructivo entre el colegio y la comunidad en que se desenvuelve.
- Estar siempre a la vanguardia de nuestras estrategias o técnicas didácticas, así como las posibles variaciones que pueden darse en el plano intercultural educativo.
- El docente a nivel personal debe tomar consciencia de su herencia cultural y mejorar sus habilidades empáticas con su entorno.
- Fomentar las relaciones grupales por medio de actividades didácticas, con el fin de construir lazos de unidad y amistad<sup>3</sup>.

### *A. El caso peruano*

Por historia se sabe que el Perú es el país de todas las sangres, el pasado ilustra todo un camino lleno de esplendorosas civilizaciones, tan distintas entre sí con costumbres y prácticas coloridas, con muchos significados que forman parte de la identidad del hombre actual. No obstante, es esta rica variedad la causa de la aparición de una heterogeneidad compleja e inestable, que desencadena conflictos sociales hasta el extremo de muerte y miseria, por más que se implementen políticas para favorecer una interculturalidad, como en la mayoría de los casos del país, son más que todo teóricos:

El discurso oficial intercultural, en su pretendida neutralidad, no ha motivado cambio alguno en la política y práctica educativa. Así, el currículo nacional escolar no expresa ni interculturalidad, ni tolerancia religiosa. Por ejemplo, el currículo no incorpora la diversidad de tradiciones culturales peruanas o sus contribuciones a la herencia nacional. Más aún, incluye un curso de religión basado únicamente en creencias católicas donde no se hace mención a la existencia de otras creencias, religiosas y no-religiosas. Igualmente, el currículo nacional de pre-kínder hasta el último año de secundaria ha sido desarrollado y publicado en castellano, no incluyéndose publicaciones en lenguas indígenas. Es importante notar que parte de las contradicciones mostradas en el discurso político oficial está en la omisión de las actuales desigualdades y tensiones

---

3 MARÍA JOSÉ ARROYO GONZÁLEZ. "La educación intercultural: un camino hacia la inclusión educativa", en *Revista de Educación Inclusiva*, vol. 6, n.º 2, 2013, disponible en: [<https://revistaeducacioninclusiva.es/index.php/REI/article/view/186/180>], p. 154.

socio-culturales existentes. Así, el discurso oficial obvia exponer exclusión y discriminación sistemática de los sectores indígenas, negros y asiáticos. Este silencio y esta ausencia de reconocimiento crítico neutralizan el discurso intercultural y facilitan el mantenimiento del *status quo*, donde la exclusión ha exacerbado las desventajas que enfrentan estas poblaciones, en particular la población indígena y afroperuana. Dichas poblaciones aún mantienen los mayores índices de pobreza, desempleo y analfabetismo<sup>4</sup>.

Las limitaciones se acrecientan aún más cuando se pasa a la educación intercultural bilingüe, esta supone más inversión y trabajo del Estado y del docente:

Aun cuando han pasado tres décadas desde la promulgación de la primera política de educación bilingüe, su implementación ha sido sumamente frágil, dispersa y discontinua. A pesar de ello, es innegable que los pocos avances logrados durante la última década se han dado gracias, en gran medida, a los proyectos financiados por fuentes de cooperación externa y a la presión de bancos internacionales que han condicionado sus préstamos para los procesos de modernización educativa para que así el Estado asuma sus obligaciones hacia la población indígena. Sin embargo, la EIB no logra insertarse como una opción real de respeto y afirmación de la diversidad cultural y lingüística. Como se ha señalado en el acápite 1, el desarrollo de la EIB en el Perú está básicamente limitado a la educación primaria y circunscrita a las áreas rurales. En la región andina estas suelen ser aquellas de mayor pobreza y difícil acceso. La educación primaria EIB en la Amazonía se desarrolla en los lugares donde existen programas experimentales y en aquellas comunidades donde trabajan docentes que han sido formados en la especialidad o han participado en el Plan de Capacitación Docente EBI<sup>5</sup>.

Todas estas medidas no bastan para contrarrestar las profundas y densas incisiones que perforan todo intento de integración nacional, en parte otro factor es el idioma. Son muchas las familias lingüísticas en el país y sus variaciones, que no se tiene por completo un registro unificado de todas ellas, una gran desventaja para los actores del circuito educativo: docente y alumno. Por eso, se tiene que descentralizar de

---

4 LAURA ALICIA VALDIVIEZO y LUIS MARTÍN VALDIVIEZO. "Política y práctica de la interculturalidad en la educación peruana: Análisis y propuestas", en *Revista Iberoamericana de Educación*, vol. 45, n.º 1, 2008, disponible en: [<https://rieoei.org/historico/deloslectores/2088Valdiviezo.pdf>], pp. 4 y 5.

5 LUCY TRAPNELL y ELOY NEIRA. *Situación de la educación intercultural bilingüe en el Perú*, Lima, Banco Mundial y PROEIB, 2004, p. 28.

manera urgente la actualización y formación pedagógica, hacer que los últimos sistemas, técnicas, inclusión de TIC, estén en disposición en las áreas más alejadas de Lima, en las provincias donde hay un mayor déficit de aprendizaje. Lo cual a su vez requiere de una base políticamente pluricultural en que no se jerarquice el color de la piel, el poder económico ni se antepongan los intereses individuales, este contexto parece imposible de realizar, más la base de la educación intercultural se proyecta como un proceso continuo, constructivo, humano y unificador, que requiere de tiempo y dedicación, pero en especial de compromiso. Sin ninguno de estos componentes, el sistema educativo peruano será el reflejo más directo de su sociedad violenta, racista, egoísta, individualista y con otros vicios que se encargan de fragmentar aún más este país, heterogéneamente inestable e insensible.

## **CAPÍTULO SEGUNDO**

### **ELEMENTOS Y TÉRMINOS MATEMÁTICOS AIMARA**

Los signos numéricos fueron los instrumentos con los cuales se registró el conocimiento, hecho que está ampliamente documentado por hallazgos arqueológicos de toda índole, por el arte textil andino arcaico y contemporáneo. El significado filosófico de estos es un estudio que debe documentarse con otras fuentes: el idioma, las traducciones etimológicas, los mitos, la tradición oral y las crónicas de la época colonial<sup>6</sup>. Así, existe un mito recopilado en la región del lago Titicaca y documentado en el que se narra la importancia de la matemática en la construcción de sus edificaciones. Lamentablemente los mitos andinos han sido cercenados, fragmentados de forma arbitraria y han sufrido la inquisición de la religión intolerante que los conquistó. Más aún, lo deplorable de la recuperación de estos mitos es que se han rescatado muchos, pero han sido depurados de todo lo que no le servía a los intereses hegemónicos a merced de la “misión” imperialista. Sin embargo, la tradición oral ha mantenido muchos mitos, pero sin los elementos fundamentales de su esencia, cercenados no sólo por la intolerancia religiosa, como ya lo dijimos, sino también por el transcurso del tiempo.

SCHROEDER orientó su trabajo a la reconstrucción de un mito fundamental del génesis andino, fragmentado desde la región de la Patagonia hasta la Amazonía, con diferentes acepciones, pero con el mismo mensaje. El centro geográfico de este mito es el área del lago Titicaca en sí y su periferia, la zona circunlacustre. Se puede decir que el ordenamiento de las especies en el pensamiento andino se entiende como un ordenamiento basado en la reflexión. Mediante ella, todas las especies y objetos (individuales) obtienen un lugar en el espacio-tiempo

---

6 JOACHIM SCHROEDER. *Matemática andina*, Perú, Asociación Gráfica Educativa, 2001, p. 22.

del mundo andino (*Pacha*). Esta reflexión del orden cósmico utiliza signos matemáticos de ordenamiento, que se diferencian de la numeración arábiga utilizada hoy en día porque en sí son ya una construcción matemática. Además, el ordenamiento numérico andino considera una compleja interrelación de contenidos: principio cósmico, contenido filosófico (concepto) y signo cosmológico.

El sentido de la numeración cosmológica con progresión numérica del uno al cinco, se le considera como la doctrina del génesis andino. Este no es una simple creación, sino una emanación progresiva e infinita de generación de vida a partir de una primera unidad. Los números sacros del uno al cinco son pasos fundamentales de dicha emanación y cada número manifiesta un plano de realización concreta.

Todos estos planos juntos, por interrelación, forman el concepto de “realidad andina” en sí concluida, pero no finalizada en el proceso evolutivo de la humanidad. La realidad andina está configurada por las cinco cualidades numérico-filosóficas, que son los fundamentos de la vida como tal. Ahora bien, ¿en qué relación se encuentran los planos o esferas de la realidad? Estos planos o esferas se encuentran en una relación análoga, entonces todo lo que existe en un plano será análogicamente replicado en el plano subsiguiente, bajo dos conceptos fundamentales que son la ley de la relatividad y la ley de la analogía.

## I. LEY DE LA RELATIVIDAD ANDINA

Cada una de las interrelaciones entre figuras y planos está regida por la acción impetuosa de la relatividad, en consecuencia, estos no pueden ser iguales entre sí, solo hay un lazo de similitud en el plano abstracto. Al partir de esta premisa se comprende a todo el sistema de manera sincrónica, donde todo elemento tiene su correspondencia:

- Estelomorfa (constelación de Orión)
- Zoomorfa (cóndor, puma)
- Fitomorfa (maíz)
- Geomorfa
- Humanomorfa (hombre/mujer)

## II. LEY DE LA ANALOGÍA

Con base a lo anterior, se contempla una relacionalidad comunicativa, lo de abajo con lo de arriba, es decir, el microcosmo se encuentra con el macrocosmo, más no se oponen o dividen, sino que se complementan. De manera que, la analogía es un factor edificante dentro del pensamiento andino. Por ello, en un contexto más aritmético los números no son simples representaciones de cifras o cantidades, sino que tienen un papel activo en la perspectiva y la organización social ya que están en relación directa con las esferas sociales, con lo económico, lo cultural, lo político y lo ideológico. Bajo esta perspectiva filosófica se pueden aprender mejor los contenidos que articulan dentro de sí los números y demás partes vinculadas a la ciencia de las matemáticas.

### *A. Primera cualidad*

Implica a nivel significativo “al ser primogénito, causa única y el principio del cosmos por excelencia”. Su signo es la abstracción de la espiral, puesto que representa la forma tradicional del movimiento cósmico al comprender al mismo tiempo su sentido ascendente y descendente, además envuelve la noción de la complementariedad de los opuestos, uno de los principios bases de la filosofía andina.

**Figura 1**  
**Espiral**



*Fuente:* Elaboración propia.

Aunque esta no es aún cuantificable porque lo que no tiene la concepción de ser un número, a razón de que es innumerable, inconmensurable e irreconocible. También, se precisa que este de forma inevitable, solo puede ser y existir si hay “un otro”, (así como la noche solo puede ser distinguida con la existencia del día). Pero mientras la primera unidad no se divide, será la negación del todo y por ende de la vida.

De esta manera, la primera cualidad es la pre-manifestación del génesis. A partir de esta cualidad, las subsiguientes están definidas por su posición en torno a la emanación generada por ella. Las cualidades numéricas se encuentran unidas de manera intrínseca, pero mantienen su independencia y su posición con valoración propia.

La primera cualidad en sí no es un número ni una cantidad, obedece a la característica de blanco (*jan-qu*), terminología aimara que significa sin energía, sin color. Dentro de ella se distinguen algunos tópicos fundamentales de la filosofía andina:

- La unidad solo se forja en la multiplicidad (por lo menos en la dualidad).
- Es inherente e inconcebible fuera de la dualidad.

Su valor se encuentra en que se consolida el motor energético en el proceso de emanación, este se autoconstruye a partir de la dispersión numérica<sup>7</sup>.

### *B. Segunda cualidad*

Es la manifestación de la creación en sus grandes dimensiones, se produce en la causa primera del ser. A modo más profundo, se puede observar el inmenso deslinde con los presupuestos filosóficos occidentales, donde en esencia construyen su doctrina a partir de un pensamiento yuxtapuesto, una dicotomía que en la mayoría de sus elementos son irreconciliables.

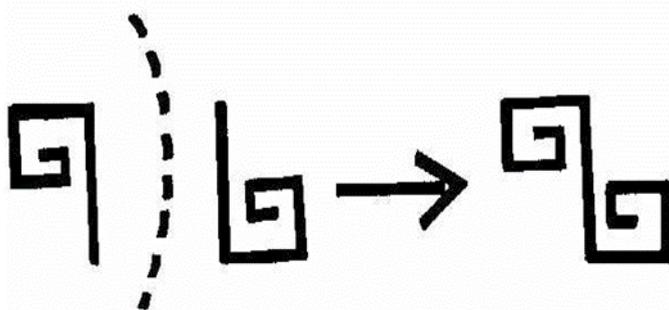
Ahora en la actualidad, se está frente a un pensamiento racional, donde las religiones monoteístas no aceptan la concepción dual, ya

---

7 HUGO SIERRA VALDIVIA. *Etnomatemática andina*, Lima, MINEDU, 2011.

que implicaría un cisma problemático al negar su omnipotencia unitaria. Esto significa que el todo solo se formula dentro de esta categoría como el par de opuestos complementarios, no contrarios. Es simbolizada dentro, como la suma de la unidad con su imagen reflejada:

**Figura 2**  
**Espiral reflejada**



*Fuente:* Elaboración propia.

Sin embargo, este todavía no implica una pluralidad, pues pertenece al ámbito de la totalidad unitaria, pero introduce movimiento. Mientras que en la primera cualidad su expresión se da de modo inmóvil e inerte, aquí se produce una manifestación impulsiva de actividad y acción. Pero es importante aquel estado estático e invariable, porque de esa forma genera una primera partición, en otras palabras, aparece recién en esta etapa una división interna pero no absoluta. Así, se genera la primera polarización interna de la unidad inicial, lo que a su vez impulsa el desplazamiento de la imagen reflejada.

Al seguir los lineamientos del pensamiento andino, la acción de reflejo o reflexión es trascendental. Primero, su procedimiento es irreproducible, se da con un espejo cóncavo, en el que la imagen reflejada va ser su opuesto inverso.

El acto reflectivo no solo engendra una imagen reflejada a la par de liberarla, también brinda un espacio para el aprovechamiento de una segunda fuerza cósmica: la imagen e imagen reflejada. Por ese motivo, la primera unidad apertura un acto de inmolación propia, con el cual va a provocar el retorno a la oscuridad, la muerte y la incitación a integrarse una dualidad de contrarios (luz/no-luz; positivo/no-positivo; el

ser/no-ser, entre otros). En esta parte del proceso en el que retorna la primera cualidad, se advierte que se está ante un estado sin cuerpo, no tiene fronteras ni sombras ni área específica. Otro aspecto fundamental sobre el acto de sacrificio es que durante ese despliegue se dispersan los cuatro elementos fundacionales de la vida:

- Fuego (*quna*)    *nina*
- Aire (*wari*)    *thaya*
- Agua (*qucha*)    *uma*
- Tierra (*tiqi*)    *laq'a*

Se trata de factores que proyectan energía y potencialidad transformadora, por lo que tienen un nexo muy arraigado con la primera cualidad, dentro de su plano ellos se hallan en una posición opuesta a ella, pues no tiene neutralidad. Pese a esta aparente limitación, ellos tienen un papel determinante al controlar la conglomeración para la propagación de la complementariedad de opuestos. Por ejemplo, el *thaya* (aire) desempeña una labor específica, se encarga de impulsar el despliegue de la imagen y la imagen reflejada en la primera unidad.

En el universo, junto al inmensurable espacio y el incontrolable tiempo, se localiza la atmósfera donde se genera la primera reflexión: el espejo-aire; Debido a que solo el aire tiene la capacidad de realizar todos los requerimientos de ella, a nivel espacial, causal y temporal. Si profundizamos sobre este, se repara que se circunscribe en el pensamiento racional mucho antes de la acción del reflejo, lo que implica una contradicción, puesto que los elementos se componen por la participación de la totalidad, es decir, por intermedio de la reflexión, por eso encierra consigo un problema lógico para el entendimiento racional propiamente dicho. Es preciso, bajo esta peculiaridad de una simultaneidad no secuencial, ni lineal, con la que opera el pensamiento andino. La noción de simultaneidad envuelve un proceso de autenticidad en el que origen, causa y efecto se generan al unísono<sup>8</sup>. En adición, la dinámica de los elementos esenciales responde a una secuencialidad preconcebida: el aire aparece simultáneamente junto al fuego y el agua, todos ellos terminan por construir el espacio idóneo para la reflexión; además, los tres constituyen la primera trinidad andina.

---

8 SIERRA VALDIVIA. *Etnomatemática andina*, cit.

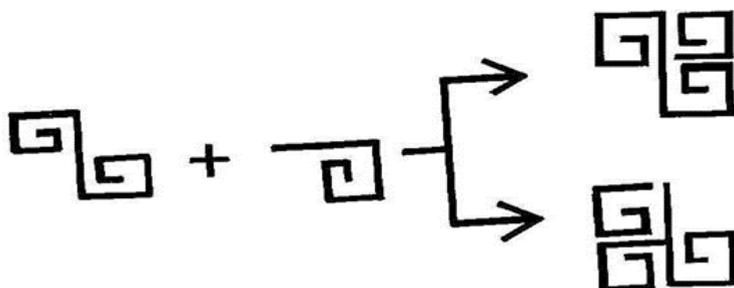
El factor tierra también es útil, pues se encarga de demarcar el espacio, es decir, propicia la localización para la segunda reflexión de las imágenes Sol y Luna de acuerdo con el mito cosmológico andino. La tierra junto al aire son energías de trans-subtanciación intermediaria, mientras que el fuego y el agua son fuentes determinantes, consecuenciales que están en un estado de oposición complementaria, con ello se forman los dos pares de oposición: aire/tierra y fuego/agua. La presencia de ambos edifica la tetra-complementariedad de la racionalidad andina, esto significa que es un sistema lógico de razonamiento no antagonista del pensamiento andino, pues fundamenta el manejo de dos pares mínimos (determinante e intermediario) en la disposición de un instrumento con cuatro compuestos diferentes, los que sin aislarse logran un consenso. En la lógica andina es común utilizar esta clase de inferencia, aquí no se elimina al tercero (exclusión), se logra hacer aseveraciones verdaderas a partir de premisas dudosas. Así, el origen de la imagen reflejada causa la totalidad de sus opuestos complementarios.

Las dos tendencias alineadas (separación y unión) originan una tensión crítica para toda la creación. El mito emplea como metáfora el desconsuelo amoroso y el momento de reencuentro unitivo, en la cual se encuentra una opresión fundamental de la ley de analogía. El proceso de reflexión de la totalidad es repetitivo en todo lo creado, hasta la expresión más ínfima de vida, es decir, todo es direccionado por esta categoría filosófica, ya que es dinámica y el ser reside en la totalidad.

### *C. Tercera cualidad*

Simboliza la primera dualidad generadora de complementariedad. Es la encarnación de la vida (terrenal), su fuerza, el sonido y la expresión material de todo lo creado, por lo cual tanto forma como contenido son parte de la creación al representar la trinidad. Así mismo, es la expresión de la vida en sus máximas especificidades: humana, animal, vegetal e inclusive mineral. Por congruencia esta creación es generatriz, vida material es vida generadora de la misma; a partir de la analogía por reflexión adquiere las particularidades de la dualidad primogénita. Su signo se forma por medio de los signos del dualismo generatriz, base y fundamento, más su producto a modo de espiral simple adhesiva:

**Figura 3**  
**Adhesión al dualismo generatriz**



Fuente: Elaboración propia.

Aquí lo masculino y/o lo femenino son entendidos como opuestos complementarios para que después individualicen y desarrollen sus funciones. Incentivan el paso a lo concreto, por lo que se distingue una disminución energética que asegura la libertad de acción de los individuos para su propio desarrollo. En otras palabras, la doble espiral no solamente representa a la dinámica primigenia, sino que su capacidad de creación garantiza el desarrollo de la vida y la emanación cósmica, esta última es parte del proceso creador. Por esa razón se emplean conceptos involucrados en una convivencia implícita con la creación expresados con la categoría filosófica de armonía de símiles o desiguales. La trinidad andina (como ente de transición de la dualidad a la cuaternidad, es decir a momentos de equilibrio real) en realidad está arraigada de una manera intensa en el pensamiento, por ejemplo:

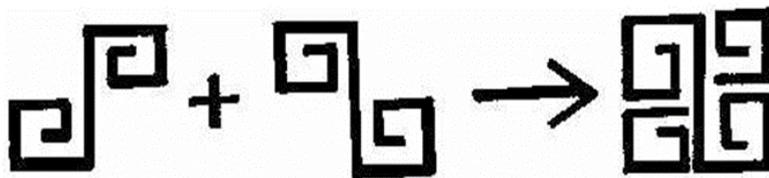
- Trinidad divina: *Willa* (Sol), *Quati* (Luna) y *Pachamama* (Tierra).
- Trinidad humana: *J'acha Ajayu* (gran espíritu), *Jiska Ajayu* (alma, espíritu encarnado o espíritu menor) y *Jaanchi* (cuerpo).
- Trinidad de esferas sacroconcienciales: inician y fluyen de lo oscuro (no lumínico), estado de frecuencias bajas, pasando por el estado vivencial momentáneo hasta el estado lumínico o de alta frecuencia:
  - *Alax pacha*: esfera espacio temporal lumínica.
  - *Akha pacha*: esfera espacio-temporal vivencial.
  - *Mankha pacha*: esfera espaciotemporal no lumínica.

- Trinidad divisoria sacrogeográfica (división de *siqi*):
  - *Siqi* principal (*Qullana*)
  - *Siqi* secundario (*Payana*)
  - *Siqi* terciario (*Kallau*)

#### D. Cuarta cualidad

Se trata del desenvolvimiento creacional en la vida terrenal, donde corresponde el reino de la complementariedad luz-no-luz (en conjunto al complemento espíritu-materia). Se enuncia por el cruce de las espirales dobles o la sobreposición de los dos símbolos opuestos de la tercera cualidad:

**Figura 4**  
**Doble espiral**



Fuente: Elaboración propia.

En este caso se confrontan los entes (creados) al mismo problema con el que la primera dualidad lo hizo, en otras palabras, tiene que rastrear su opuesto complementario, manifestada como la pro-creación de su especie, pero no en un sentido llano, sino que va más allá de avalar la existencia, hace frente a las situaciones de vida y muerte, lo que resulta en entablarse dentro de las estructuras y organizaciones sociales. Va a estar en conjunción con los estados de complementariedades conscientes e inconscientes (intuitivo). Esta categoría congloera los aspectos socioculturales bajo esquemas de ordenamientos que dirige desde lo más básico hasta lo insignificante de la vida exterior e interior de una especie o del ser humano, en pro de una relación armónica con el todo.

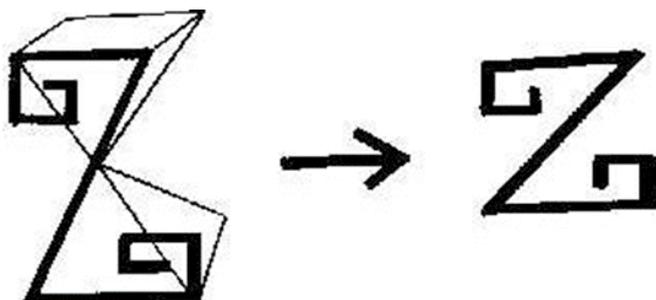
La cualidad tiene muchas denotaciones, el *Pusisuyu* y sus cuatro provincias, las cuatro épocas cíclicas de evolución del pensamiento andino: *Ch'amak Pacha*, época de inexperiencia y búsqueda; *Thuru Pa-*

*cha*, época de consolidación sedentaria; *Khana Pacha*; época de apogeo cultural; *Kaxa Pacha*, época de expansión y decadencia. Todas estas se repiten en un proceso cíclico y transformativo de un nuevo orden, denominado *Pachakutik*.

### *E. Quinta cualidad*

Líneas arriba se hizo referencia al proceso reproductivo de las especies, pero la filosofía andina va más allá de esta pragmática al considerar este proceso con mucho más profundidad, seriedad y cuidado. La oposición contraria del par masculino/femenino se fundamenta en un opuesto contrario del par mínimo estar/no-estar (ser/no-ser) donde brotan los elementos primogénitos, es decir, ya se expresa la vida. Esta mezcla de elementos está correlacionada con la dualidad positivo/negativo. La primera oposición no es un simple movimiento seguido (*taqi tupu ch'antana*), porque la dimensión de la creación material no tiene la capacidad de generar por sí misma un paso neutral de oposiciones. En ese sentido, se debe apelar a la sucesión generacional de la primera cualidad para realizar por completo el trascendental repetitivo de la creación como tal. Este estado de trascendencia creativa es el rasgo distinto de esta cualidad. Su signo se da con un corte transversal del símbolo de la doble espiral atravesando por el punto de unión del segundo, de una manera más geométrica, es el corte transversal de dos pirámides unidas por sus ápices. Albergan en su interior la fuerza simétrica reflejada y concentrada, el *Tinku*:

**Figura 5**  
**Corte transversal de la doble espiral**



*Fuente:* Elaboración propia.

La unión es a su vez el paso comunicativo entre las oposiciones contradictorias. Por ello, se tiene que hacer hincapié en que el pensamiento andino se sirve de la dualidad negativo/positivo, una convergencia de fuerzas, de manera que se aleja de los esquemas axiológicos o morales. Esta dualidad va estar muy unida a las nociones de vida material temporal y de muerte material, pues todo lo que vive en oposiciones vive junto con los diferentes matices de estas dualidades contradictorias:

Claridad / No-claridad

Arriba / Abajo

Derecha / Izquierda

La dialógica relación da como resultado el encuentro de la fuerza vital primigenia o *Wira*. El tránsito de las oposiciones se encumbra a la partición primigenia, ya que sacrifica su existencia y cede la prioridad a las dualidades que regirán la vida. Ese es el estado que se trata de alcanzar cuando se encuentra en un nexo o convergencia esencial, al cual se le denomina *Usnu*, una localización geográfica vivencial y sensitiva. Es la máxima concretización de convivencia total divina, aquí cada ser viviente tiene que experimentar el efecto de la transmutación y recomposición momentánea, por medio del “éxtasis”, dinamizador de la vida al permitir con mayor facilidad el paso entre oposiciones contradictorias. Sin todo este circuito, la vida sería estática pues no se lograría una correlación ni con lo positivo ni con lo negativo.

A partir de la descripción de cada uno de los procedimientos se establecen los siguientes cuadros de los números rituales andinos del aimara:

**Tabla 1**  
**Correlaciones simbólicas más importantes de la mitología andina**

Cóndor	Puma	Serpiente	Wanaco	Encuentro
Kuntur	.....	Katari	Wanaku	Simbiosis
Fuego	Agua	Tierra	Aire	Éter
Quna	Qusha	Tiki	Wari	Wira
Este	Oeste	Sur	Norte	Centro
Antisuyu	Quntisuyu	Qullasuyu	Chinchasuyu	Taypi

Fuente: elaboración propia

**Tabla 2**  
**Adaptación de la numeración aimara al castellano**

SÍMBOLO	DÍGITO	ESCRITURA EN AIMARA	ESCRITURA EN CASTELLANO
	1	<i>MAYA</i>	UNO
	2	<i>PAYA</i>	DOS
	3	<i>KIMSA</i>	TRES
	4	<i>PUSI</i>	CUATRO
	5	<i>PHISQA-QALLQU</i>	CINCO

Fuente: Elaboración propia.

### III. EL SISTEMA NUMÉRICO QUECHUA Y AIMARA

Los hombres primitivos ingeniaron y usaron diferentes formas para representar cantidades, desde tarjas, nudos, palitos, piedras y otros<sup>9</sup>. Con el paso del tiempo, el hombre fue perfeccionando esas formas, al crear símbolos y estableciendo ciertas reglas, así formó los sistemas de numeración como lo números romanos, números egipcios, números griegos, números incaicos, números aimaras, etcétera.

De acuerdo a las circunstancias y al contexto en el que se desarrolló la vida cultural de cada civilización, se fueron creando términos para designar los fundamentos de las matemáticas, por ejemplo, la organización personal de las cantidades varía según las costumbres o la cosmovisión de cada cultura, así, en algunos pueblos solo necesitaron contar hasta 20, mientras que otros han llegado a los millones. Esta numeración establecida necesita del forjamiento de un sistema que pueda albergar cada uno de sus componentes, representaciones y fórmulas requeridas como los elementos importantes para ella, no debe de sorprender que los pueblos amerindios poseían su propio sistema desde épocas muy antiguas, anteriores a la conquista. Así, crearon términos correspondientes a los valores numéricos en específico, valiéndose de su cuerpo, manos, pies y de conceptos.

En el contexto nacional, el pueblo quechua tuvo una numeración de base diez (decimal), a diferencia de los aimaras que tuvieron un sistema de base 20 (vigesimal), al igual que los mayas, es vital abarcar más a fondo sobre los mismos:

#### – Numeración quechua

Lo que corresponde al actual Perú antes fue conocido como el Imperio del Tahuantinsuyo, quienes desarrollaron uno de los mejores sistemas numéricos. Según WILLIAMS BURNS<sup>10</sup>, a partir de los estudios sobre los tukapus incas, sostiene que los aborígenes peruanos sabían de núme-

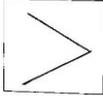
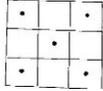
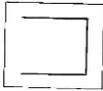
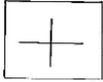
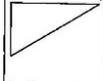
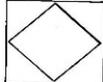
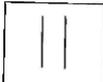
---

9 CLAUDIO PADRA. "Algunos aspectos de la prehistoria de la matemática", en *Desde la Patagonia, Difundiendo Saberes*, vol. 1, n.º 1, 2004, disponible en: [[https://desdelapatagonia.uncoma.edu.ar/wp-content/uploads/2018/12/7.-Revista-N1\\_Padra.pdf](https://desdelapatagonia.uncoma.edu.ar/wp-content/uploads/2018/12/7.-Revista-N1_Padra.pdf)].

10 WILLIAM BURNS GLYNN. *Legado de los amautas: la escritura perdida de los incas, la tabla de cálculo de los Incas, el Kipu, el tiempo en el Antiguo Peru*, Lima, Editora Ital, 1990.

ros y usaban el método decimal mucho antes de la llegada de los españoles, el cual sería de la siguiente manera:

**Tabla 3**  
**Los números y sus representaciones**

CASTELLANO	QUECHUA	GRAFÍA
Uno	<i>JUK</i>	
Dos	<i>ISKAY</i>	
Tres	<i>KINSA</i>	
Cuatro	<i>TAWA</i>	
Cinco	<i>PICHQA</i>	
Seis	<i>SOQTA</i>	
Siete	<i>QANCHIS</i>	
Ocho	<i>PUSAQ</i>	
Nueve	<i>ISQON</i>	
Diez	<i>CHUNKA</i>	

*Fuente:* Elaboración propia.

En la cultura quechua se compuso tanto un tipo de numeración como un modelo de escritura para representar determinadas cantidades en función al contexto o entorno que les tocó habitar. De manera especial, la cultura aimara también desarrolló una historia, una religión, un sistema económico, una ciencia, una tecnología, una literatura y desde luego una matemática, que responde a las características socio-económicas y necesidades particulares.

– *Numeración aimara*

Los actos naturales de contar y medir necesitan del soporte de números y sus cantidades, así los aimaras desarrollaron un sistema numérico muy propio. Según LUIS MONTALUISA CHASIQUIZA<sup>11</sup>, las primeras ideas elaboradas en el campo matemático fueron las vinculadas a la cantidad, proporción, agrupación, aumento, discriminación, repetición y distribución, las cuales se han enfocado en las medidas del espacio, masa y volumen, en esencia.

¿La numeración aimara es de base quinaría o decimal? PEDRO ARIAS MEJÍA<sup>12</sup> elabora todo un tratado sobre el surgimiento y la naturaleza de su sistema de números. Allí plantea la recuperación y el uso de la numérica original aimara, aunque solo a nivel de pronunciación ya que también es necesario buscar la representación original gráfica de cada uno de los números aimaras, pues las que usa actualmente son prestadas de castellano.

Al efectuar un análisis de los términos en aimara y de algunas actividades de conteo se ha podido observar que a través de la lengua o estructuras léxicas y morfosintácticas se practica una variedad de concepciones sobre el uso del sistema y este depende de las actividades que se realizan. En el conteo propiamente dicho se prioriza el sistema decimal. De allí que se tengan términos perdurables en la actualidad y que correspondan a formas independientes hasta el número cinco, luego, los que siguen hasta el número nueve son formados a partir del cinco agregando los cuatro primeros números independientes a este. En ese sentido, el número nueve tampoco es independiente, porque es

---

11 SCHROEDER. *Matemática andina*, cit., p. 11.

12 PEDRO PASCUAL ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, Edit. Titicaca FCEDUC, 2005.

elaborado a partir del cinco. Para una mejor comprensión analicemos el siguiente cuadro.

**Tabla 4**  
**Lista de numeraciones aimaras**

<b>BERTONIO (1612)</b> <b>Región Lupaca (Altiplano)</b>	<b>LUCCA (1983)</b> <b>(La Paz, Bolivia)</b>	<b>PABLO WILCA (1950)</b> <b>Zona: Waraya - Moho</b>
Maya (maa)	Maya	Maya (mä)
Paya (paa)	Paya	Paya (pä)
Quimsa	Quimsa	Kimsa
Pusi	Pusi	Pusi
Phisca (pisca)	Phiskca (kallko)	Phisqa (qallqu)
Chhukhta	Sojjta	Suxta
Pacallco	Pakallko	Paqallqu
Quimsacallco	Quimsakallk	Kimsaqallqu
Llallatunca o ñañatunca	Llatunca	Llatunka o Ñätunka-pusiqallqu
Tunca	Tunca	Tunka

Fuente: ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit.

En resumen, estas tres fuentes trabajan con las siguientes partículas:

<i>Maya o mä</i>	uno
<i>Paya o pä</i>	dos
<i>Kimsa</i>	tres
<i>Pusi</i>	cuatro
<i>Phisqa o qallqu</i>	cinco
<i>Suxta o maqallqu</i>	seis
<i>Paqallqu</i>	siete
<i>Kimsaqallqu</i>	ocho
<i>Llätunka o ñätunka o pusiqallqu</i>	nueve
<i>Tunka</i>	diez

Los primeros nueve términos (1 al 9), pueden ser considerados como dígitos, en un conjunto los diez como cantidades. Así mismo, en la actualidad en el mejor de los casos no existen referencias de los conceptos originales que puedan indicar una relación con objetos o entidades. Sin embargo, existen evidencias claras que el número cinco (*qallqu*)

ha sido una base auxiliar en la formación y manejo de los números del sistema numérico aimara, tal como lo veremos más adelante. Por otro lado, de acuerdo a las muestras dadas en el cuadro anterior, existe cierta variación en lo que se refiere a los números cinco, seis y nueve (*phisqa*, *suxta* y *llätunka*), por lo que es necesario hacer una reconstrucción de los números y expresiones contemporáneas que no concuerdan con la deducción etimológica del aimara hablante. Para ello, de forma previa se establecerán algunas listas de términos del sistema de numeración dados en el tiempo y espacio del mundo aimara<sup>13</sup>. Como se ha manifestado líneas arriba, se tiene en cuenta la correlación semántico-formal casi en todas las expresiones de los términos del sistema de numeración que encuentran similitudes, con excepción del término que corresponde al número cinco (*phisqa*), con ello es necesario averiguar o hacer una aproximación sobre cuál es el verdadero sistema de numeración que corresponde a esta cultura. De esta manera es necesario investigar el significado del término *qallqu*, ya que sobre su base se expresan los números siete (*paqallqu*) y ocho (*kimsaqallqu*)<sup>14</sup>.

Según la narración de WILLCA (hablante y narrador aimara), *qallqu*, equivale a decir “qallu” que significa comienzo de vida o recién nacido. A partir de esta noción, se analizan las siguientes expresiones<sup>15</sup>:

**Tabla 5**  
**Significado terminológico**

<b>BERTONIO (1612, p.34)</b>	<b>LUCCA (1983, p.217)</b>	<b>WILCA (1950)</b>
<i>Callu</i> : la mitad, o un lienzo de cualquier cosa, coserlos: Pay callu cchucuthapitha/ cordero y dizese de los animales, y paxaros.	<i>Kallu</i> : cría, animal mientras esté criándose/una de las dos piezas que se conforman un poncho, un awayo, etc.	<i>Qallu</i> : Una de las mitades de algo que conforma el todo/cría de cualquier animal.
<i>Anocaracallu</i> ; Cachorro <i>Callu uta</i> : casa de moxinete de dos aguas.	<i>Kallu uta</i> : casa de techo con dos aguas.	<i>Qallu uta</i> : Casa de techo con dos aguas iguales.

13 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 25.

14 Ídem.

15 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 26.

Una de los significados del término *qallu*, de acuerdo a las tres versiones ofrecidas, sería “mitad de algo”. El número cinco por su parte significa también la mitad o una parte de diez, esto no por pura coincidencia. Así, los términos *qallu* con *qallqu* guardan una aproximación semántica. Por lo tanto, este último hasta hoy se mantiene formando términos numéricos como *paqallqu* o *kimsaqallqu*, pero no representó al número cinco como debió ser, esto posiblemente a que en el decurso tempo-espacial es desplazado por el término *phisqa* (que puede ser término puquina o quechua). Por su parte, el término *qallu* sigue en vigencia con un valor semántico muy parecido al término *qallqu*, mas es referida a objetos concretos, como es la mitad de una frazada o un poncho o un lienzo, como sostiene BERTONIO<sup>16</sup>.

Todo esto, en definitiva, nos conduce a sostener que el verdadero término que corresponde en la lengua aimara al número cinco es *qallqu*, el mismo que ya no se usa, por eso es coherente tomarlo y ponerlo en vigencia<sup>17</sup>. Si se remonta a los primeros hombres, en su vida diaria se evidencia que se valieron de su cuerpo para resolver o efectuar operaciones, claro está que los usos variaron según el contexto cultural de cada uno de ellos. Por su parte los hombres de la cultura aimara recurrieron a la cabellera, a partir de cuatro trenzas pequeñas confluentes a una trenza grande que es la principal, lograron formar y codificar los números *maya*, *paya*, *kimsa*, *pusi*, *qallqu*, *maqallqu*, *paqallqu*, *kimsaqallqu* y *pusiqallqu*. La trenza principal viene a representar el número *qallqu* (cinco), los de mayor valor a *qallqu* hasta el número *pusiqallqu* (nueve) inclusive, se forman a partir de este. Para una mejor comprensión analicemos el siguiente cuadro<sup>18</sup>.

---

16 LUDOVICO BERTONIO. *Transcripción del vocabulario de la lengua aymara: 1612*, Bolivia, Radio San Gabriel, Instituto Radiofónico de Promoción Aymara, 1993.

17 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 28.

18 *Ibíd.*, p. 29.

**Tabla 6**  
**Estructuración original de la numeración aimara**

<b>BERTONIO (1612, p. 34)</b>	<b>LUCCA (1983, p. 217)</b>	<b>WILCA (1950)</b>
<i>Callu-chatha</i> Trenzar el cabello	<i>Kallu - chatha</i> ¿?	<i>Qallu-chatha</i> : Cabellera trenzada de manera peculiar
<i>Callu-cha</i> Una trenza de cabello	<i>Kallu-cha</i> : Trenzas pequeñas de cabello que luego se unen a dos principales  <i>Kalluchaña</i> : Parto, etc./ cuando el cabello es un poco corto, hacerse unas dos o cuatro trenzas pequeñas que luego se unirán a las dos trenzas principales  <i>Kallutiyiri</i> : autor, el que es causa de una cosa	<i>Qallu-cha</i> : trenzas pequeñas de cabello que se unen a la trenza principal

Fuente: ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit.

En el primer caso, *qalluchatha* en dos versiones significa la acción de trenzar o entrelazar. Y en el segundo caso *qallucha*, en las tres versiones existe una aproximación bastante cercana en sus consideraciones, pues significa pequeñas trenzas que se unen a la principal, finalmente *qalluchaña* significa, entre otras, hacerse dos o cuatro trenzas pequeñas que luego se unirán a las dos trenzas principales<sup>19</sup>.

De vuelta a los números, *paya* (dos), *kimsa* (tres) y *pusi* (cuatro) enlazados o antepuestos a *qallqu* como partes enteras de cinco, de manera que formen términos compuestos, resultan *maqallqu* (seis), *paqallqu* (siete), *kimsaqallqu* (ocho) y *pusiqallqu* (nueve), respectivamente. También se modifican el valor de los términos compuestos resultantes, tal como admite la morfosintaxis de la lengua aimara<sup>20</sup>.

19 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 31.

20 Ídem.

**Figura 6**  
**K'ana**



Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, si consideramos el término *kalluti-yiri*, cuya denominación es la de “autor, el que es causa de una cosa”<sup>21</sup>, *qallqu* es originador de los números que le siguen hasta el *pusiqallqu*. En otras palabras, estas inferencias no son caídas del cielo, sino son el resultado de vivencias y experiencias reales que al codificarlas como números se unen al término *qallqu*, en *qall-* que es raíz del verbo “comenzar” o “comienzo” se le agregó el sufijo *-qu*, convirtiéndolo en nominal; se distingue de los demás términos semejantes en significación y que corresponden a otros hechos también importantes<sup>22</sup>. De lo anterior se deduce que seis y nueve también debieron ser *maqallqu* y *pusiqallqu*, ya que este tipo de sistema se da con una clara carga etimológica en todo el proceso de la formación numérica. Sin embargo, por la desaparición del *pusiqallqu*, el aimara crea otra palabra con valor coherente a la logicidad. Por ello, podemos ratificar que no hay duda que es una manifestación diligente, con exactitud en torno a lo que piensa el hablante de forma lógica<sup>23</sup>. Sobre el número nueve, ñatunka.

---

21 MARTHA ROSA VILLAVICENCIO UBILLÚS. *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas y geométricas en las comunidades rurales de Puno*, Lima – Puno, Ministerio de Educación, 1983., p. 217.

22 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 31.

23 *Ibíd.*, p. 32.

Ahora bien, de acuerdo a lo expuesto por SCHROEDER y ARIAS MEJÍA, se puede reconstruir la escritura numérica original aimara. Según ARIAS los números rituales andinos planteados por SCHROEDER estarían plasmados en los tejidos: “Así en las zonas (aimaras) bajas de Moho (Xä, Umichi, etc.) y en la zona este del lago Titicaca, se han encontrado en tejidos símbolos que no sólo representan a números sino también a diferentes aspectos que se dan en la vida”<sup>24</sup>.

En algunos casos muy similares en la representación de los números, también se usa la cabellera, sin embargo, esta costumbre es poca.

**Tabla 7**  
**Correlaciones simbólicas de la mitología andina**

UNO <i>Maya</i>	DOS <i>Paya</i>	TRES <i>Kimsa</i>	CUATRO <i>Pusi</i>	CINCO <i>Phisqa*(qallqu)</i>
CÓNDOR <i>Kunturi*</i>	PUMA <i>Puma</i>	SERPIENTE <i>Asiru*</i>	HUANACO <i>Wanaku</i>	ENCUENTRO <i>Hikintasiña</i>
FUEGO <i>Nina*</i>	AGUA <i>Uma*</i>	TIERRA <i>laq'a*</i>	AIRE <i>Thaya*</i>	ÉTER <i>Wira*</i>
ESTE <i>Antisuyu</i>	OESTE <i>Quntisuyu</i>	SUR <i>Qullasuyu</i>	NORTE <i>Chinchasuyu</i>	CENTRO <i>Taypi</i>

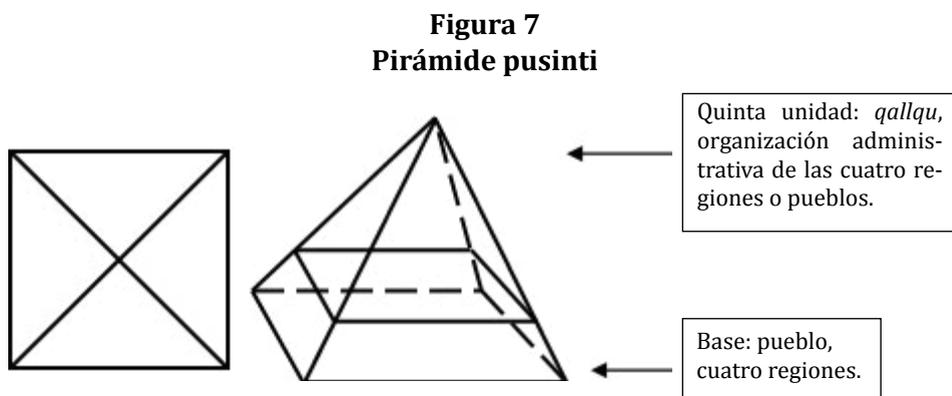
Fuente: Elaboración propia.

En el ámbito histórico el significado del cinco *qallqu* tiene mucha importancia, porque está en relación directa con el espacio geo-político de la nacionalidad dividido en cuatro regiones, unidas por una capital que viene a ser el centro (*taypi*) de la organización administrativa de las cuatro regiones asociadas: el *pusinti* suyo (cuatro regiones del sol) y que en la cultura quechua se la denomina como *tawantinsuyu*. Se debe recordar que la cultura aimara se extendió hacia el imperio incaico mu-

24 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 42.

chos miles de años antes que la cultura quechua, de los primeros incas.

A un nivel más profundo vinculado a estos temas, en la filosofía aimara *pusinti* más *suyu* está representado por una pirámide cuya base es un cuadrado:



Fuente: Elaboración propia.

A propósito de suyos y regiones, el cronista GUAMÁN POMA refiere que, en la división política del Tahuantinsuyo, los famosos “Cuatro Suyos” estaban subdivididos en *huamanis* (mamamos en aimara), especie de departamentos o confederaciones gobernados por un curaca, que respondían a la autoridad de los ayllus de cada suyo. Señala a su vez el escritor que los *huamanis* generalmente ocupaban el área de un reino o de una nación conquistada “así, desde el Cusco, su capital, salían caminos que conectaban todas estas regiones huamanis”<sup>25</sup>.

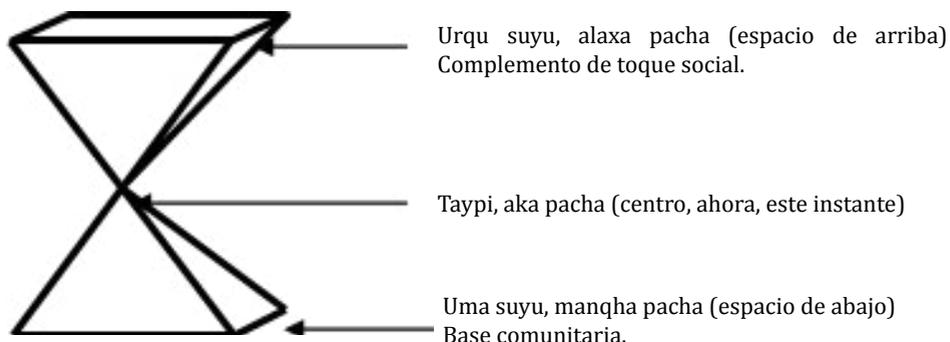
Hasta el momento se ha evidenciado que el término *qallqu* que viene a ser la quinta unidad, coincide con la cúspide y centro *taypi*, en la que este último es considerado el equilibrio armónico de las regiones asociadas. De igual modo, la palabra *pusinti* encierra la convergencia de cuatro elementos, líneas o concurrencia de políticas, personas e ideas. En este caso, al agregársele al tema *pusinti* el nombre *suyu* (región), condensa las cuatro regiones. Lingüísticamente *qallqu* (cinco) como se ha visto, tiene el significado de ser una base quinaría, para formar los números que le siguen hasta el nueve. Aparte, en la cultura

---

25 UNIVERSIDAD DE SAN MARTÍN DE PORRES. *Sabías que: el Perú y sus secretos*, Lima, Perú, La República.

aimara el universo está constituido por una doble espiral, es decir, por dos pirámides unidas por sus puntas<sup>26</sup>.

**Figura 8**  
**Doble espiral**



Fuente: Elaboración propia.

En la doble espiral se expresa la dualidad de opuestos complementarios y la trilogía del tiempo/espacio. La unión de las pirámides es el eje de la simetría donde está el centro *taypi*, que también es el tiempo y espacio del instante<sup>27</sup>. De lo expuesto hasta aquí, se consideran además los planteamientos de SCHROEDER y ARIAS, los números aimaras del uno al cinco serían de la siguiente forma:

 = 1 *maya*

 = 2 *paya*

 = 3 *kimsa*

26 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 44.

27 *Ibíd.*, p. 45.



= 4 *pusi*



= 5 *phisqa (qallqu)*

Según la creatividad reciente de algunos aimaras de la zona norte del lago (1991), la representación de los números plasmados en tejidos, está dado gráficamente de la siguiente manera<sup>28</sup>.

	$1 + 5 =$	6	<i>suxta (mäqallqu)</i>
	$2 + 5 =$	7	<i>päqallqu</i>
	$3 + 5 =$	8	<i>kimsaqallqu</i>
	$4 + 5 =$	9	<i>llätunka (pusiqallqu)</i>
	$5 + 5 =$	10	<i>tunka</i>

28 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 45.

El número diez (*tunka*) proviene de la lengua uro chipaya *tshukhara* que significa “la segunda mano o las dos manos juntas”, esto resalta el uso de las manos en el conteo. Para los números del diez al 20, la escritura es de la siguiente manera:

	$10 + 1 =$	11
	$10 + 2 =$	12
	$10 + 3 =$	13
	$10 + 4 =$	14
	$10 + 5 =$	15
	$10 + (1 + 5) =$	16
	$10 + (2 + 5) =$	17
	$10 + (3 + 5) =$	18
	$10 + (4 + 5) =$	19
	$5 + 5 + 5 + 5 =$	20

Cabe aclarar que el símbolo para el número 20 se obtuvo de la obra citada de ARIAS MEJÍA<sup>29</sup>. La escritura estructurada hasta aquí es una prueba fehaciente de la capacidad intelectual de los pobladores aimaras, aunque la representación gráfica de los números resulta compleja, al tiempo es muy propia y original.

Los aimaras y quechuas utilizan los tejidos para la contextualización de una etnogeometría o una etnomatemática, las mismas que se pueden rescatar desde la perspectiva matemática formal al integrar también su perspectiva cultural, porque una matemática intercultural significa integrar la lectura con el factor cultural del mismo contenido.

El problema es que los contenidos que se consideran en los lineamientos curriculares pueden ser trabajados, pero las estrategias de enseñanza de las matemáticas desde el enfoque étnico implican el manejo de una serie de recursos pedagógicos y requiere de ciertas condiciones que motiven y promuevan la educación intercultural.

### *A. Composición numérica en la cultura aimara*

#### 1. La numeración del cero al diez

La composición y estructuración de los números que se presentan de aquí en adelante, son producto de nuevas interpretaciones, de préstamos de la lengua castellana. Se podrá advertir en el siguiente cuadro dos propuestas de numeración, una que es más contemporánea y de conocimiento común, la otra precolonial.

**Tabla 8**  
**Las unidades y el cero**

<b>NÚMERO</b>	<b>AIMARA (Actual)</b>	<b>AIMARA (ancestral)</b>
0	<i>CH'USA</i>	<i>CH'USA</i>
1	<i>MAYA</i>	<i>MAYA</i>
2	<i>PAYA</i>	<i>PAYA</i>
3	<i>KIMSA</i>	<i>KIMSA</i>

---

29 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit.

4	<i>PUSI</i>	<i>PUSI</i>
5	<i>PHISQA</i>	<i>QALLQU</i>
6	<i>SUXTA</i>	<i>MA QALLQU</i>
7	<i>PAQALLQU</i>	<i>PA QALLQU</i>
8	<i>KIMSAQALLQU</i>	<i>KIMSA QALLQU</i>
9	<i>LLATUNKA</i>	<i>PUSI QALLQU ÑÑ TUNKA</i>
10	<i>TUNKA</i>	<i>TUNKA</i>

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con las palabras de JOACHIM SCHROEDER:

La lengua aimara presente en Perú, Bolivia y Chile, incluso Argentina, presenta algunos términos que son similares a los del quechua (tres, seis y diez). Otra particularidad de esta lengua es que el siete y el ocho están formados sobre la base de los números dos y tres (*pa-* y *kimsa*), seguidos por la palabra *qallqu*. Por eso, los autores como ARIAS MEJÍA han opinado que tal vez antiguamente en esta lengua cinco se decía *qallqu* y después, con la influencia del quechua, se introdujo el *phisqa*. En realidad, esta hipótesis no está demostrada, sin embargo, se puede suponer que *qallqu* significaba algo que expresaba las cinco unidades<sup>30</sup>.

## 2. La numeración del 11 al 19

El aimara asigna nombres diferentes a cada uno de los números del uno al diez, sin embargo, a partir del número 11 presenta una regla de composición lógica, en contraste con el castellano que a partir del diez presenta una regla de composición irregular, la que genera confusiones en el aprendizaje de la numeración.

**Tabla 9**  
**Su numeración**

<b>NÚMERO</b>	<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
11	ONCE *Dieciuno	<i>Tunka mayani</i>
12	DOCE *Diecidos	<i>Tunka payan</i>

30 SCHROEDER. *Matemática andina*, cit., p. 12.

13	TRECE *Diecitre	<b><i>Tunka kimsani</i></b>
14	CATORCE *Diecicuatro	<b><i>Tunka pusini</i></b>
15	QUINCE *Diecicinco	<b><i>Tunka Phisqani</i></b>
16	<b>Dieciséis</b>	<b><i>Tunka suxtani</i></b>
17	<b>Diecisiete</b>	<b><i>Tunka paqallquni</i></b>
18	<b>Dieciocho</b>	<b><i>Tunka kimsaqallquni</i></b>
19	<b>Diecinueve</b>	<b><i>Tunka llatunkani</i></b>

\*Por composición lógica, estas serían las denominaciones.

Fuente: Elaboración propia.

En el español, hasta el número 15 se nombra primero a las unidades y luego a las decenas. A partir del número 16, antepone las decenas y después nombra las unidades, esto hace que no tenga una estructura clara y lógica. A diferencia de ella, el aimara siempre nombra primero las decenas (del 11 al 19), después agrega las unidades. Por esta característica, los niños de habla castellana se confunden y dicen “diez y uno”, “diez y dos”. Dentro del aimara, no hay posibilidad a confusión puesto que existe una sola regla para la composición de los números.

Los niños aimaras distinguen de forma rápida que en 38 hay tres decenas (*kimsa tunka* = tres diez) y ocho unidades. Esta cualidad de la matemática autóctona sugiere la conveniencia de enseñar la numeración a partir de su idioma materno.

### 3. La numeración del 20 al 29

**Tabla 10**  
**De 20 al 29**

<b>NÚMERO</b>	<b>LECTURA</b>
20	<i>Pä tunka</i>
21	<i>Pä tunka mayani</i>
22	<i>Pä tunka payan</i>
23	<i>Pä tunka kimsani</i>
24	<i>Pä tunka pusini</i>
25	<i>Pä tunka phisqani</i>
26	<i>Pä tunka suxtani</i>

27	<i>Pä tunka paqallquni</i>
28	<i>Pä tunka kimsaqallquni</i>
29	<i>Pä tunka llätunkani</i>

Fuente: Elaboración propia.

La numeración en castellano del 11 al 19 y la del 21 al 29 exterioriza una estructura lógica y regular, al igual que la aimara. La composición del 21 al 29 sigue esta distribución, pues primero se nombra la decena (en este caso 20, *pä tunka*) y luego se agrega la unidad (del uno al nueve), así se obtienen los siguientes números:

21 = veinte con uno	<i>pä tunka mayani</i>
22 = veinte con dos	<i>pä tunka payani</i>
23 = veinte con tres	<i>pä tunka kimsani</i>

La escritura de los números del 11 al 19, 21 al 29, 31 al 39, del 41 al 49, etcétera requieren del sufijo *-ni* que determina posesión y significa que tiene o con.

### *B. Regla de composición*

Otra característica propia es la de ser aditivo y decimal, es decir, que la base de los agrupamientos y reagrupamientos de objetos sea diez. El registro de los números se realiza de manera objetiva al utilizar los dedos de las manos, hilos, piedras, huesos, estiércol, entre otros elementos provenientes del medio. En casos aislados se recurre al uso de elementos gráficos y/o simbólicos<sup>31</sup>.

El lenguaje empleado para nombrar los números se especifica por su logicidad como expresión del sistema de numeración decimal. Esto ayudaría a la conceptualización del valor posicional en el proceso de aprendizaje de los niños<sup>32</sup>, para contar de diez a más, por ejemplo 11, tomamos el mismo diez (que es el número mayor) y luego el uno (que es el número menor), se le añade el sufijo *-ni*, con ello tenemos 11 =

---

31 VILLAVICENCIO UBILLÚS. *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas...* cit., p. 135.

32 Ídem.

*tunka mayani* (*tunka* = diez + *mayani* = uno). Textualmente, el número 11 –y los siguientes– quieren decir que diez tiene uno. En la constitución del número 13 lo que debe hacerse es tomar el número mayor (diez), luego el número menor (tres), a los que se agrega el sufijo *-ni*, se obtiene como resultado 13 o *tunka kimsani*.

### 1. Decenas (D) - *Tunkanaka* (T)

Diez se denomina *tunka*, en base a este número se conforman el resto de las decenas.

20: Hay que recordar que tiene dos decenas, en ese sentido, para formar este número se toma primero el número menor (que en este caso es dos) seguido por el número diez y se tiene 20 o *paya tunka* o *pä tunka* (*paya* = 2, *tunka* = 10; lo que en castellano sería dos dieces).

50: Para obtener el número 50 se toma el número menor –para indicar las veces– y luego el número diez, resulta cinco dieces o 50 = *phisqa tunka*. La conformación del resto de decenas se rige por el mismo procedimiento lógico.

**Tabla 11**  
**Las decenas**

NÚMERO	CONFORMACIÓN	LECTURA Y ESCRITURA	SIGNIFICADO EN AIMARA	SIGNIFICADO EN CASTELLANO
10	10	<i>Tunka</i>	Diez	Decena o diez
20	2-10	<i>Pä tunka (paya tunka)</i>	Dos dieces	Dos decenas
30	3-10	<i>Kimsa tunka</i>	Tres dieces	Tres decenas
40	4-10	<i>Pusi tunka</i>	Cuatro dieces	Cuatro decenas
50	5-10	<i>Phisqa tunka</i>	Cinco dieces	Cinco decenas
60	6-10	<i>Suxta tunka</i>	Seis dieces	Seis decenas
70	7-10	<i>Päqallqu tunka</i>	Siete dieces	Siete decenas
80	8-10	<i>Kimsaqallqu tunka</i>	Ocho dieces	Ocho decenas
90	9-10	<i>Llätunka tunka (nä tunka)</i>	Nueve dieces	Nueve decenas

*Fuente:* elaboración propia.

## 2. Centenas (C) - *Patakanaka* (P)

El número 100 en aimara se dice *pataka*, que para nuestra explicación será llamado el número mayor. La estructuración de las centenas es de la siguiente manera:

200: para obtener este número, ni más menos, tomamos el número menor “2” y luego el mayor “100” y se tiene  $200 = \text{paya pataka}$  o *pä pataka*.

400: se sigue el procedimiento anterior. Tomamos el número menor “4”, que va a indicar las veces y luego el número mayor “100”, como resultado se tiene  $400 = \text{pusi pataka}$  o cuatrocientos.

Por deducción, en su generalidad, el aimara y el castellano tienen la misma lógica de composición de números, por ejemplo, *pusi pataka* = cuatrocientos. El resto de números, pertenecientes a este grupo, sigue la misma lógica. Veamos el cuadro siguiente:

**Tabla 12**  
**Distribución de las centenas**

NÚMEROS	CONFORMACIÓN	LECTURA Y ESCRITURA	SIGNIFICADO EN AIMARA	EQUIVALENTE EN CASTELANO
100	100	<i>Pataka</i>	Cien	Centena
200	2-100	<i>Pä pataka</i>	Dos cientos	Dos centenas
300	3-100	<i>Kimsa pataka</i>	Tres cientos	Tres centenas
400	4-100	<i>Pusi pataka</i>	Cuatro cientos	Cuatro centenas
500	5-100	<i>Phisqa pataka</i>	Cinco cientos	Cinco centenas
600	6-100	<i>Suxta pataka</i>	Seis cientos o cientos	Seis centenas
700	7-100	<i>Päqallqu pataka</i>	Siete cientos	Siete centenas
800	8-100	<i>Kimsaqallqu pataka</i>	Ocho cientos	Ocho centenas
900	9-100	<i>Llätunka pataka</i>	Nueve cientos	Nueve centenas

Fuente: Elaboración propia.

### 3. Unidades de millar (UM) - *Waranqhanaka*

En el *Vocabulario de la lengua aimara* de LUDOVICO BERTONIO (1612) la denominación y cantidad numérica 1.000 (mil) es *warnaqha*. Sin embargo, según VILLAVICENCIO, citado por ARIAS<sup>33</sup> la palabra mil equivaldría a decir *hachu*, un término quizás propio del aimara, pero que en la actualidad se encuentra en desuso pues no es del lenguaje común de la población, fue más bien desplazado por el primer término enunciado, lo que lo convierte en la mejor opción. Según esto, las unidades de millar se escriben de la siguiente manera:

**Tabla 13**  
**Unidades de millar**

NÚMEROS	CONFORMACIÓN	LECTURA Y ESCRITURA	SIGNIFICADO EN AIMARA	SIGNIFICADO EN CASTELANO
1.000	1.000	<i>Mä waranqha</i>	Un mil	Mil
2.000	2-1.000	<i>Pä waranqha</i>	Dos miles	Dos mil
3.000	3-1.000	<i>Kimsa waranqha</i>	Tres miles	Tres mil
4.000	4-1.000	<i>Pusi waranqha</i>	Cuatro miles	Cuatro mil
5.000	5-1.000	<i>Pizca waranqha</i>	Cinco miles	Cinco mil
6.000	6-1.000	<i>Suxta waranqha</i>	Seis miles	Seis mil
7.000	7-1.000	<i>Päqallqu waranqha</i>	Siete miles	Siete mil
8.000	8-1.000	<i>Kimsaqallqu waranqha</i>	Ocho miles	Ocho mil
9.000	9-1.000	<i>Llätunka waranqha</i>	Nueve miles	Nueve mil

*Fuente:* Elaboración propia.

### 4. Decenas de millar (DM) - *Tunka Waranqhanaka*

Según el Padre DIEGO DE TORRES (1616) el número 10.000 (diez mil), se denomina *hunu*, aunque luego se escribió como *tunka waranqha*. Por su parte, ARIAS MEJÍA<sup>34</sup>, citando a BERTONIO<sup>35</sup> indica que este número se le denominada *tunka hachu* o *hunu*, y concuerda en esta última con DIEGO DE TORRES.

33 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 35.

34 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit.

35 BERTONIO. *Transcripción del vocabulario de la lengua aymara: 1612*, cit.

**Tabla 14**  
**Decenas de millar**

NÚMEROS	CONFORMACIÓN	LECTURA Y ESCRITURA	SIGNIFICADO EN AIMARA	SIGNIFICADO EN CASTELANO
10.000	10-1 000	<i>Tunka waranqha</i>	Diez miles	Diez mil
11.000	11-1 000	<i>Tunka mayani waranqha</i>	Once miles	Once mil
...				
20.000	20-1 000	<i>Pä tunka waranqha</i>	Veinte miles	Veinte mil
21.000	21-1 000	<i>Pä tunka mayani waranqha</i>	Veintiún miles	Veintiún mil
...				
<b>30.000</b>	30-1 000	<i>Kimsa tunka waranqha</i>	Treinta miles	Treinta mil
31.000	31-1 000	<i>Kimsa tunka mayani waranqha</i>	Treinta y un miles	Treinta y un mil
...				
<b>40.000</b>	40-1 000	<i>Pusi tunka waranqha</i>	Cuarenta miles	Cuarenta mil
41.000	41-1 000	<i>Pusi tunka mayani waranqha</i>	Cuarenta y un miles	Cuarenta y un mil
...				
50.000	50-1 000	<i>Phisqa tunka waranqha</i>	Cincuenta miles	Cincuenta mil
51.000	51-1 000	<i>Phisqa tunka mayani waranqha</i>	Cincuenta y un miles	Cincuenta y un mil
...				
<b>60.000</b>	60-1 000	<i>Suxta tunka waranqha</i>	Sesenta miles	Sesenta mil
61.000	61-1 000	<i>Suxta tunka mayani waranqha</i>	Sesenta y un miles	Sesenta y un mil
70.000	70-1 000	<i>Päqallqu tunka waranqha</i>	Setenta miles	Setenta mil
71.000	71-1 000	<i>Päqallqu tunka mayani waranqha</i>	Setenta y un miles	Setenta y un mil
...				
80.000	80-1 000	<i>Kimsaqallqu tunka waranqha</i>	Ochenta miles	Ochenta mil
81.000 ....	81-1 000	<i>Kimsaqallqu tunka mayani waranqha</i>	Ochenta y un miles	Ochenta y un mil

90.000	90-1 000	<i>Llätunka tunka waranqha</i>	Noventa miles	Noventa mil
91.000	91-1 000	<i>Llätunka tunka mayani waranqha</i>	Noventa y un miles	Noventa y un mil
...				

Fuente: Elaboración propia.

## 5. Centenas de millar (CM) - *Pataka Waranqhanaka*

Por deducción lógica, si 10.000 se escribe *tunka waranqhanaka*, el número 100.000 al pertenecer a la familia de los millares, obtiene la denominación de *pataka waranqha* (cien miles). Adoptado este término, la numeración de las centenas de millar sería la siguiente:

**Tabla 15**  
**Centenas de millar**

<b>NÚMEROS</b>	<b>CONFORMACIÓN</b>	<b>LECTURA Y ESCRITURA</b>	<b>SIGNIFICADO EN AIMARA</b>	<b>SIGNIFICADO EN CASTELANO</b>
100.000	10-1 000	<i>Pataka waranqha</i>	Cien miles	Cien mil
110.000	11-1 000	<i>Pataka tunkani waranqha</i>	Ciento diez miles	Ciento diez mil
...				
<b>200.000</b>	20-1 000	<i>Pä pataka waranqha</i>	Doscientos miles	Doscientos mil
<b>210.000</b>	21-1 000	<i>Pä pataka waranqha tunkani</i>	Doscientos diez miles	Doscientos diez mil
...				
<b>300.000</b>	30-1 000	<i>Kimsa pataka waranqha</i>	Trescientos miles	Trescientos mil
310.000	31-1 000	<i>Kimsa pataka tunkani</i>	Trecientos diez miles	Trecientos diez mil
...				
<b>400.000</b>	40-1 000	<i>Pusi pataka waranqha</i>	Cuatrocientos miles	Cuatrocientos mil
410.000	41-1 000	<i>Pusi pataka tunkani waranqha</i>	Cuatrocientos diez miles	Cuatrocientos diez mil
...				

<b>500.000</b>	50-1 000	<i>Phisqa pataka waranqha</i>	Quinientos miles	Quinientos mil
510.000	51-1 000	<i>Phisqa pataka tunkani waranqha</i>	Quinientos diez miles	Quinientos diez mil
...				
600.000	60-1 000	<i>Suxta pataka waranqha</i>	Seiscientos miles	Seiscientos mil
610.000	61-1 000	<i>Suxta pataka tunkani waranqha</i>	Seiscientos diez miles	Seiscientos diez mil
...				
700.000	70-1 000	<i>Päqallqu pataka waranqha</i>	Setecientos miles	Setecientos mil
710.000	71-1 000	<i>Päqallqu pataka tunkani waranqha</i>	Setecientos diez miles	Setecientos diez mil
...				
800.000	80-1 000	<i>Kimsaqallqu pataka waranqha</i>	Ochocientos miles	Ochocientos mil
810.000	81-1 000	<i>Kimsaqallqu pataka tunkani waranqha</i>	Ochocientos diez miles	Ochocientos diez mil
...				
<b>900.000</b>	90-1 000	<i>Llätunka pataka waranqha</i>	Novcientos miles	Novcientos mil
910.000	91-1 000	<i>Llätunka pataka tunkani waranqha</i>	Novcientos diez miles	Novcientos diez mil

Fuente: Elaboración propia.

## 6. El millón - *junu*

Hay dos posibilidades para el número millón: primero, a manera de propuesta, al dar como antecedente que 10.000 es *hunu* (según BERTONIO), ve por conveniente reconstruir el término *pataka hunu* (100 – 10.000 = cien diez miles = 1.000.000) que daría como resultado un millón. Sin embargo, recordemos que como el mismo autor indicó, el término *hunu* está en desuso. La segunda opción es *waranqa waranqa*, se considera que “en algunas zonas de Mocho se ha podido determinar este término como equivalente a millón, puesto que coincide con la etimología del hablante”<sup>36</sup>. Existe otra fuente que proporciona la

36 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 35.

escritura de millón en lengua aimara, es *Yuyayninchik*<sup>37</sup> en el que para la lengua aimara el término “millón” aparece como *junu*. Se toma esta última posición y de acuerdo a las políticas actuales que hace que cada vez sea más común su uso, se opta por *junu* para fines del presente. En correlación con esta, su enumeración es la siguiente:

**Tabla 16**  
**Unidades de millón**

NÚMERO	AIMARA	CASTELLANO
1.000.000	<i>Junu</i>	Un millón
2.000.000	<i>Pä junu</i>	Dos millones
3.000.000	<i>Kimsa junu</i>	Tres millones
4.000.000	<i>Pusi junu</i>	Cuatro millones
5.000.000	<i>Phisqa junu</i>	Cinco millones
6.000.000	<i>Suxta junu</i>	Seis millones
7.000.000	<i>Päqallqu junu</i>	Siete millones
8.000.000	<i>Kimsaqallqu junu</i>	Ocho millones
9.000.000	<i>Llätunka junu</i>	Nueve millones

Fuente: Elaboración propia.

Se advierte la diferencia entre 1.000.000 y 2.000.000, en el castellano es donde se tiene que aumentar el sufijo pluralizador -es; mientras que en aimara no es necesario aumentar el sufijo pluralizador -naka. No es apropiado decir *pä jununaka*, sino *pä junu*, al leer 2.000.000 (dos millones).

---

37 BERTONIO. *Transcripción del vocabulario de la lengua aimara: 1612*, cit.

## 7. Decenas de millón (Dm) - *Tunka Jununaka*

**Tabla 17**  
**Decenas de millón**

<b>NÚMERO</b>	<b>AIMARA</b>	<b>CASTELLANO</b>
10.000.000	<i>Tunka junu</i>	Diez millones
20.000.000	<i>Pä tunka junu</i>	Veinte millones
30.000.000	<i>Kimsa tunka junu</i>	Treinta millones
40.000.000	<i>Pusi tunka junu</i>	Cuarenta millones
50.000.000	<i>Phisqa tunka junu</i>	Cincuenta millones
60.000.000	<i>Suxta tunka junu</i>	Sesenta millones
70.000.000	<i>Päqallqu tunka junu</i>	Setenta millones
80.000.000	<i>Kimsaqallqu tunka junu</i>	Ochenta millones
90.000.000	<i>Llätunka tunka junu</i>	Noventa millones

Fuente: Elaboración propia.

## 8. Centenas de millón (Cm) - *Pataka Jununaka*

**Tabla 18**  
**Centenas de millón**

<b>NÚMERO</b>	<b>AIMARA</b>	<b>CASTELLANO</b>
100.000.000	<i>Pataka junu</i>	Cien millones
200.000.000	<i>Pä pataka junu</i>	Doscientos millones
300.000.000	<i>Kimsa pataka junu</i>	Trescientos millones
400.000.000	<i>Pusi pataka junu</i>	Cuatrocientos millones
500.000.000	<i>Phisqa pataka junu</i>	Quinientos millones
600.000.000	<i>Suxta pataka junu</i>	Seiscientos millones
700.000.000	<i>Päqallqu pataka junu</i>	Setecientos millones
800.000.000	<i>Kmsaqallqu pataka junu</i>	Ochocientos millones
900.000.000	<i>Llätunka pataka junu</i>	Novcientos millones

Fuente: Elaboración propia.

## 9. Los billones - *Junjununaka*

**Tabla 19**  
**Billones**

<b>NÚMERO</b>	<b>AIMARA</b>	<b>CASTELLANO</b>
$10^{12} = 1.000.000.000.000$	<i>Junjunu</i>	Un millón
...	<i>Pä junjunu</i>	Dos millones
...	<i>Kimsa junjunu</i>	Tres millones
...	<i>Tunka junjunu</i>	Diez millones
...	<i>Pä tunka junjunu</i>	Veinte millones
...	<i>Kimsa tunka junjunu</i>	Treinta millones
...	<i>Pataka junjunu</i>	Cien millones
...	<i>Pä pataka junjunu</i>	Doscientos millones
...	<i>Kimsa pataka junjunu</i>	Trescientos millones

Fuente: Elaboración propia.

## 10. Trillones - *Junkimsawayta*

Hay quienes piensan que la numeración aimara fue limitada, pero al revisar la literatura nos damos cuenta que los aimaras llegaron a incorporar en su lenguaje matemático trillones, cuatrillones, hasta decillo- nes y posiblemente más allá.

**Tabla 20**  
**Trillones**

<b>NÚMERO</b>	<b>AIMARA</b>	<b>CASTELLANO</b>
<sub>10</sub> 18	<i>Junkimsawayta</i>	Un trillón
...	<i>Pä junkimsawayta</i>	Dos trillones
...	<i>Kimsa junkimsawayta</i>	Tres trillones
...	<i>Tunka junkimsawayta</i>	Diez trillones
...	<i>Pä tunka junkimsawayta</i>	Veinte trillones
...	<i>Kimsa tunka junkimsawayta</i>	Treinta trillones
...	<i>Pataka junkimsawayta</i>	Cien trillones
...	<i>Pä pataka junkimsawayta</i>	Doscientos trillones
...	<i>Kimsa pataka junkimsawayta</i>	Trescientos trillones

Fuente: Elaboración propia.

## 11. Cuatrillones - *Junpusiwayta*

**Tabla 21**  
**Los cuatrillones**

<b>NÚMERO</b>	<b>AIMARA</b>	<b>CASTELLANO</b>
<sub>10</sub> 24	<i>Junpusiwayta</i>	Un cuatrillón
...	<i>Pä junpusiwayta</i>	Dos cuatrillones
...	<i>Kimsa junpusiwayta</i>	Tres cuatrillones
...	<i>Tunka junpusiwayta</i>	Diez cuatrillones
...	<i>Pä tunka junpusiwayta</i>	Veinte cuatrillones
...	<i>Kimsa tunka junpusiwayta</i>	Treinta cuatrillones
...	<i>Pataka junpusiwayta</i>	Cien cuatrillones
...	<i>Pä pataka junpusiwayta</i>	Doscientos cuatrillones
...	<i>Kimsa pataka junpusiwayta</i>	Trescientos cuatrillones

Fuente: Elaboración propia.

La numeración posterior se estructura de acuerdo a la lógica explicada en páginas anteriores. Por deducción, se podrían construir las numeraciones posteriores al cuatrillón. A continuación, veamos a modo de resumen, las denominaciones de la numeración decimal básico de la lengua aimara.

**Tabla 22**  
**Numeración aimara**

NÚMERO	AIMARA	CASTELLANO
0	<i>CH'USA</i>	Cero
1	<i>MAYA</i>	Uno
10	<i>TUNKA</i>	Diez
100	<i>PATAKA</i>	Cien
1.000	<i>WARANQHA</i>	Mil
10.000	<i>TUNKA WARANQHA</i>	Diez Mil
100.000	<i>PATAKA WARANQHA</i>	Cien Mil
1.000.000	<i>JUNU</i>	Millón
1.000.000.000.000	<i>JUNJUNU</i>	Billón
1.000.000.000.000.000.000	<i>JUNKIMSAWAYTA</i>	Trillón
<sub>10</sub> 24	<i>JUNPUSIWAYTA</i>	Cuatrillón
<sub>10</sub> 60	<i>JUNTUNKAWAYTA</i>	Decillón

*Fuente:* Elaboración propia.

## 12. Recomendación para la correcta escritura de números

Cuando un número sea mayor no se debe de usar la conjunción copulativa en ellos, el sufijo *-ni*, solo es agregado al último número, por ejemplo:

Si deseamos escribir el número 3.245:

- Incorrecto: *Kimsa waranqha pä pataka pusitunkani phisqani*.

El sufijo *-ni* resaltado no corresponde.

- Correcto: *Kimsa waranqha pä pataka pusi tunka phisqani*.

Tres mil doscientos cuarenta y cinco.

#### IV. LA RECTA NUMÉRICA

Dentro de los números ordinales es conveniente considerar la recta numérica, puesto que permite representar de manera gráfica los números e introducir el carácter ordinal de los mismos. Es preciso trabajar en simultáneo con las relaciones “mayor que” y “menor que”, según sea el caso<sup>38</sup>.



##### A. Comparación de números (*jakhunaka tupt'aña*)

La expresión “comparar” es *tupt'aña*, de acuerdo al Ministerio de Educación. La comparación de números requiere del uso de los signos de comparación, los mismos que son los siguientes:

**Tabla 23**  
**Correspondencia en aimara**

CASTELLANO	SIGNO	AIMARA
Mayor que...	>	<i>Jiliri</i>
Menor que...	<	<i>Sullkiri</i>
Igual a...	=	<i>Kikpa</i>

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo al esquema, las denominaciones “es mayor que” y “es menor que” en equivalen a decir *jiliriwa* y *sullkiriwa*. En algún libro preparado para la capacitación del magisterio sobre el enfoque y estrategias de educación intercultural se puede advertir lo siguiente:

---

38 JORGE FASCE y ROLANDO MARTIÑÁ. *Cómo enseñar matemática en la escuela primaria*, Argentina, Impresiones Avellaneda, 1994.

Es mayor que... *jach'awa*  
 Es menor que... *jisk'awa*  
 Es igual a... *kikpawa / kipkawa*

Al respecto, cabe mencionar que la propuesta es fallida, pues la palabra *jach'awa* traducida al castellano significa “es grande” y no “es mayor que”, por lo que se considera que la equivalencia hecha no es correcta. Lo mismo sucede con la palabra *jisk'awa*, cuya traducción al aimara es “es pequeño que” y no “es menor que”.

### *B. Los números adverbiales*

Los números adverbiales se hacen de los mismos primitivos agregándoles *mita*, *kuti* o *wasas*:

**Tabla 24**  
**Nombres y disposición en aimara**

CASTELLANO	AIMARA ( <i>kuti</i> )	AIMARA ( <i>mita</i> )	AIMARA ( <i>wasas</i> )
Una vez	<i>Mä kuti</i>	<i>Mä mita</i>	<i>Mä wasa</i>
Dos veces	<i>Pä kuti</i>	<i>Pä mita</i>	<i>Pä wasa</i>
Tres veces	<i>Kimsa kuti</i>	<i>Kimsa mita</i>	<i>Kimsa wasa</i>
Cuatro veces	<i>Pusi kuti</i>	<i>Pusi mita</i>	<i>Pusi wasa</i>
Cinco veces	<i>Phisqa kuti</i>	<i>Phisqa mita</i>	<i>Phisqa wasa</i>
Seis veces	<i>Suxta kuti</i>	<i>Suxta mita</i>	<i>Suxta wasa</i>
Siete veces	<i>Päqallqu kuti</i>	<i>Päqallqu mita</i>	<i>Päqallqu wasa</i>
Ocho veces	<i>Kimsaqallqu kuti</i>	<i>Kimsaqallqu mita</i>	<i>Kimsaqallqu wasa</i>
Nueve veces	<i>Llätunka kuti</i>	<i>Llätunka mita</i>	<i>Llätunka wasa</i>
Diez veces	<i>Tunka kuti</i>	<i>Tunka mita</i>	<i>Tunka wasa</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

Los números adverbiales indican las veces en que se hace o realiza alguna acción. Se articulan por medio de los números ordinales, a los cuales se les pospone la palabra *kuti* que significa vez o veces. Esta opción es la más usada, por lo menos en la zona Collao, específicamente en Plcuyo y Puno. Sin embargo, existe otra posición que señala que los

números adverbiales se construyen con los sufijos *mita* y *wasa*. La variación se debe a la zona geográfica, pero los tres casos son válidos. Dentro de los números adverbiales, las palabras que indican la acción de realizar las veces en que se hace una acción, son las siguientes:

Duplicar                    *payachaña, payakutichaña*

Triplicar                    *kimst'aña, kimsakutichaña*

Cuadruplicar              *pusicht'aña*

Quintuplicar              *phisqacht'aña*

Sextuplicar                *suxtacht'aña*

Además, para indicar la acción ya realizada, se utiliza las siguientes palabras:

Doble                        *payachata*

Triple                        *kimsachata, kimsakuti*

Cuádruple                *pusichata, puskuti*

Quíntuple                 *phisqachata*

**Tabla 25**  
**Los órdenes de valor posicional**

VALOR POSICIONAL DE LOS NÚMEROS		SIGNIFICADO	
CASTELLANO	AIMARA	CASTELLANO	AIMARA
U	S	Unidad	<i>Sapa</i>
D	T	Decena	<i>Tunka</i>
C	P	Centena	<i>Pataka</i>
UM	SW	Unidad de millar	<i>Sapa waranqha</i>
DM	TW	Decena de millar	<i>Tunka waranqha</i>

CM	PW	Centena de millar	<i>Pataka waranqha</i>
Um	SJ	Unidad de millón	<i>Sapa junu</i>
Dm	TJ	Decena de millón	<i>Tunka junu</i>
Cm	PJj	Centena de millón	<i>Pataka junu</i>
Ub	SJj	Unidad de billón	<i>Sapa junjunu</i>
Db	TJj	Decena de billón	<i>Tunka junjunu</i>
Cb	PJj	Centena de billón	<i>Pataka junjunu</i>

Fuente: Elaboración propia.

## V. JULLISALTA / FIGURAS GEOMÉTRICAS

Las representaciones figurales en los tejidos confeccionados por los aimaras están formadas por una combinación de formas geométricas básicas: paralelogramos, cuadrados, triángulos, círculos, segmentos de recta, en algunos casos hexágonos y dodecágonos. También, se pueden ver transformaciones del plano: simetrías, traslaciones, rotaciones y homotecias (dilatación y contracción de las figuras). Respecto a la denominación de figura geométrica en aimara, el Ministerio de Educación precisa que figura es *ulli* o *julli*. Por otro lado, geometría quiere decir *salta*, con ello si *ulli* es figura y *salta* es geometría, entonces, figura geométrica es *jullisalta*. De acuerdo al ordenamiento de la geometría occidental, podemos clasificar a las figuras geométricas en:

### A. Figuras geométricas básicas

Según VILLAVICENCIO<sup>39</sup>, las figuras –no formas– fundamentales son: círculo, rectángulo, cuadrado y triángulo, tienen las siguientes denominaciones:

#### 1. Círculo

*Muruq'u*, *muyunkutu*, *ruyra* traducido al castellano, es esfera o redondo, un cuerpo. La denominación correcta de círculo en aimara es *MUYU*.

---

39 VILLAVICENCIO UBILLÚS. *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas...* cit., p. 120.

Según su idiosincrasia, al realizar tareas era común escuchar la palabra *muyuntayma*, que semánticamente sería igual a “encercar” o “hacer el cerco”.

## 2. Rectángulo

*Wiskhalla kajuna, sayt'u kajuna, pusi iskina wiskhalla*. Los lexemas *pusi iskin wiskhalla* solo describen a un objeto sin mayor precisión.

## 3. Cuadrado

*Kajuna, pusi iskina*. La palabra *kajuna* proviene del castellano “cajón”, por lo que *kajuna*, se trata de un préstamo lingüístico. Además, *kajuna* equivale a cubo; *pusi iskina* es una forma descriptiva, pues también podría ser el mismo rectángulo. Entonces, se ponen en tela de juicio estos términos que en apariencia son los correctos, aunque analizados más en profundidad generan ciertos vacíos.

## 4. Triángulo

*Kimsa iskina* son dos palabras que nada más limitan a describir.

**Tabla 26**  
**Principales figuras geométricas**

CASTELLANO	AIMARA
Figura geométrica	<i>Salta, salta tupuña. JULLITUPUÑA</i>
Figura plana	<i>Pallalla salta</i>
Círculo	<i>Muyu</i>
Cuadrado	<i>Pusi k'uchu, pusi k'uchuni kajuna, sinilla</i>
Triángulo	<i>kimsa k'uchuni, mujina</i>
Rectángulo	<i>sayt'u, wiskhalla</i>

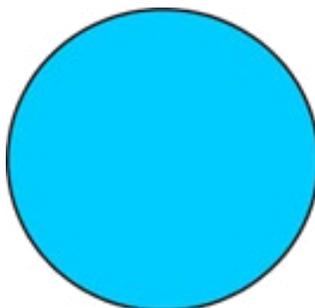
Fuente: Elaboración propia.

En función a esto, se puede definir las cuatro figuras geométricas básicas en lengua aimara, de la siguiente manera:

– **Círculo (*Muyu*)**

Esta figura se puede presenciar en los tejidos y cerámicas aimaras.

**Figura 9**  
***Muyu***



*Fuente:* Elaboración propia.

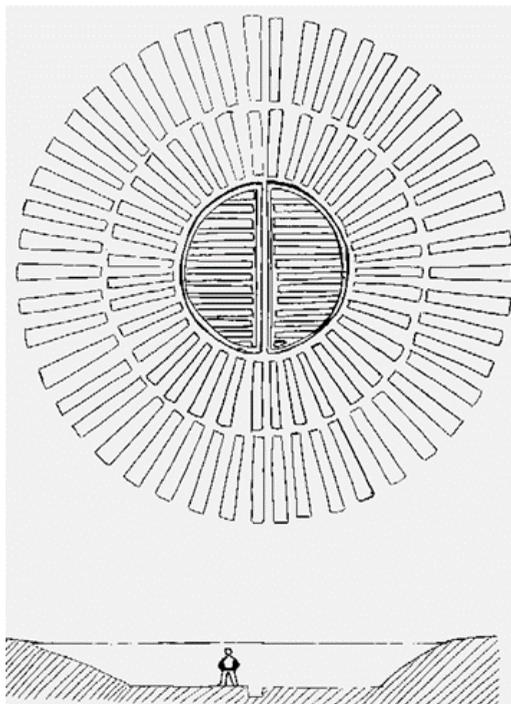
La forma circular se puede observar en la tecnología andina denominada sistemas de qutañas (pequeñas lagunillas) o *quchas* en quechua. Las qutañas son pequeñas lagunas artificiales (hoyos grandes) de porte regular interrelacionándose entre sí, por medio de los canales subterráneos y que a la vez se alimentan de agua de una fuente principal que puede ser un río o un nevado. El objetivo principal de las *quchas* es atemperar el ambiente para contrarrestar las heladas, por consiguiente, se ubican en lugares estratégicos de La Pampa. Es una tecnología andina poco conocida, estudiada e investigada, pese a ello tiene un alto grado de especialización para el cultivo en donde las tierras son fértiles<sup>40</sup>. En los alrededores, hay pastos naturales y cultivos de papa (*Solanum tuberosum*), olluco (*Ullucus tuberosus*), oca (*Oxalis tuberosa*) kañiwa (*Chenopodium pallidicaule*), quinua (*Chenopodium quinoa*) e izaño (*Tropaeolum tuberosum*). Existen dos tipos básicos de qutañas:

---

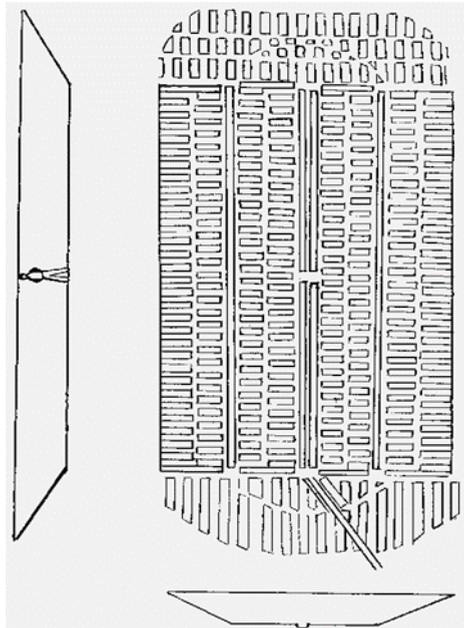
40 PEDRO FELIPE CORTÁZAR. *Documental del Perú: Enciclopedia nacional básica*, vol. XXI, Barcelona, Ediciones Océano, 1988, p. 151.

las “muyu qucha” que son de forma circular que, por la simetría de su trazo, algunos parecen haber sido hechas a compás; las “suyt’u qucha”, cuya forma es oblonga, alargada a modo de rectángulo, incluso sus extremos toman la apariencia de semicírculos.

**Figura 10**  
***Muyu qutaña (laguna circular)***



**Figura 11**  
**Sayt'u qutaña (rectangular)**



Fuente: Elaboración propia.

**– Cuadrado (*Pusi k'uchu*)**

El lexemo correcto es *pusi k'uchu*, no *pusi k'uchuni*, porque significa “que tiene cuatro ángulos”. Las figuras cuadradas se pueden encontrar en las chullpas, tejidos o cerámicas.

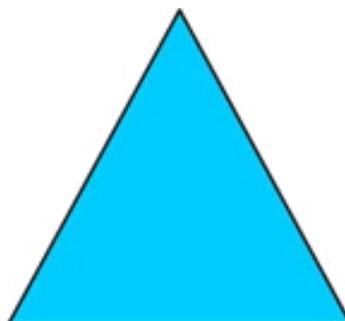
**Figura 12**  
***Pusi k'uchu***



– **Triángulo (*Mujina*)**

Esta figura según el Ministerio de Educación, se traduce *mujina* o *mujña*. La denominación *kimsa k'uchu* es una manera descriptiva, más no aporta un concepto.

**Figura 13**  
***Kimsa k'uchu***



– **Rectángulo (*Sayt'u*)**

La mayoría de los académicos plantean el uso de *pusi k'uchu wiskhalla*. Al respecto, cabe mencionar que esta palabra tan solo indica una noción superficial. En este caso, la propuesta más adecuada y coherente es la de LAYME<sup>41</sup>, quien emplea la palabra *sayt'u*.

**Figura 14**  
***Sayt'u***

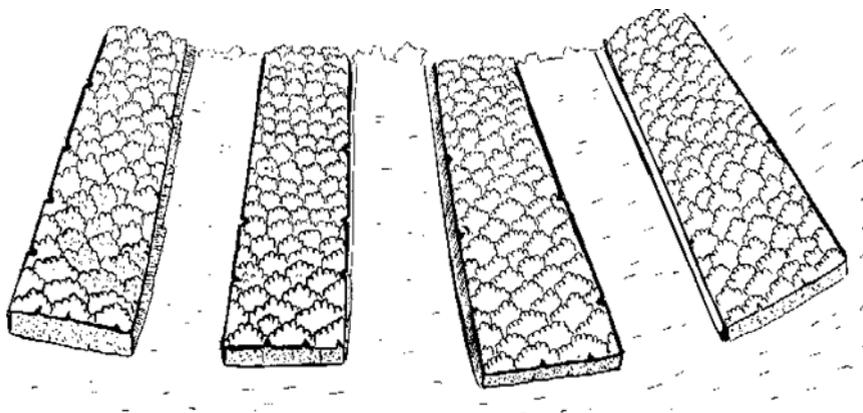


---

41 FÉLIX LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, 3.<sup>a</sup> ed., La Paz, Bolivia, Consejo Educativo Aymara, 2004.

Esta forma geométrica se puede presenciar, además de la *sayt'u qu-taña* en el sistema de camellones o *Waru Waru*, que son inmensos campos a forma de jardines flotantes para el cultivo de tubérculos. Se trata pues de una antigua técnica, iniciada en el periodo formativo (800 a. C.), en la que se eleva el suelo sobre la superficie natural del terreno con el objetivo de mejorar las condiciones de cultivo y así contrarrestar las inundaciones periódicas de los llanos. Del mismo modo, los espejos de agua empozados en las depresiones de los camellones disminuían la acción devastadora de las heladas. Son el resultado de la adaptación del hombre a las reiteradas fluctuaciones climáticas que se producen en estos amplios ecosistemas.

**Figura 15**  
**Camellotes con forma rectangular**



*Fuente:* Elaboración propia.

### *B. Los polígonos*

Son los que tienen varios lados. Esta definición permitió al Ministerio de Educación crear un término análogo: *waljaqawaya*, neologismo cuya etimología proviene de *walja* = varios y *qawaya* = lado, que en conjunto sería igual a “varios lados”. El gorro de cuatro puntas de la cultura Tiwanaku expresa muchas formas geométricas, dentro de ellas a un polígono, específicamente, un octógono. Este textil se encuentra desde el sur del Perú hasta el río Loa, en el norte de Chile.



En el cuadro siguiente, se pueden observar las respectivas denominaciones en aimara:

**Tabla 27**  
**Clases de polígono**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Polígono	<i>Waljaqawaya</i>
Triángulo	<i>Mujina, kimsaqawaya</i>
Cuadrilátero	<i>Pusiqawaya</i>
Pentágono	<i>Phisqaqawaya</i>
Hexágono	<i>Suxtqawaya</i>
Heptágono	<i>Paqallqqawaya</i>
Octógono	<i>Kimsaqallqqawaya</i>
Eneágono	<i>Llätunkqawaya</i>
Decágono	<i>Tunkaqawaya</i>
Dodecágono	<i>Tunkapäqawaya</i>
Icoságono	<i>Pätunkaqawaya</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

## 1. Mujinanaka

Son polígonos de tres lados, figuras cerradas que tienen tres componentes: lados, ángulos y vértices.

El estudio y uso del triángulo se remonta a la antigüedad, se conoce, por ejemplo, que los anudadores de Egipto hacían en un cordón, nudos igualmente espaciados que servían para medir. Se cree que estos anudadores fueron los primeros en observar que, uniendo en forma de triángulo cuerdas de ciertas longitudes, por ejemplo 3, 4 y 5, se obtiene un ángulo recto, es decir un triángulo rectángulo. De este modo, preparaban sus escuadras los arquitectos de los templos. También conseguían mediante estos triángulos rectángulos formados con cuerdas, colocar el mástil de las embarcaciones en posición perpendicular a la cubierta<sup>42</sup>.

Sin embargo, para los aimaras existe el reto de responder a la pregunta: ¿cómo se originó el triángulo en el mundo andino? Las formas triangulares se pueden observar en las cerámicas, pero sobre todo en los tejidos:



**Tabla 28**  
**Elementos de un triángulo**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Elementos	<i>Yānanaka</i>
Vértice	<i>k'achi</i>
Lado	<i>Thiya, qawayaya</i>

---

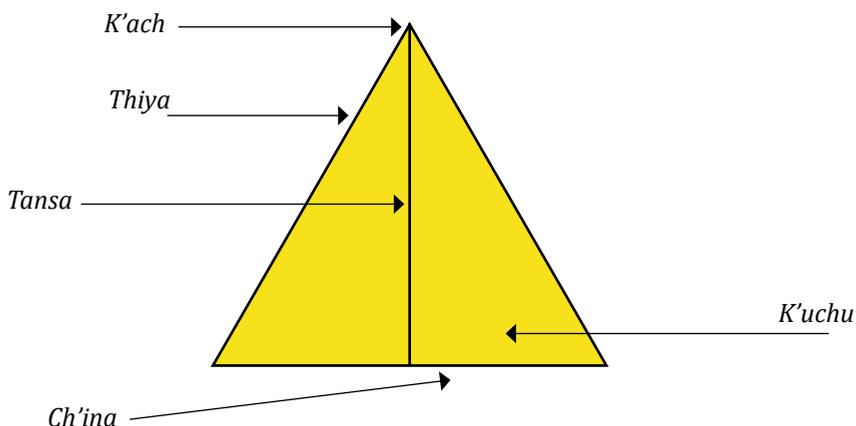
42 BEATRIZ RODRÍGUEZ. *Teorema de Pitágoras*, disponible en: [[http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es\\_2013121113\\_9155844/teorema\\_de\\_pitagoras.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es_2013121113_9155844/teorema_de_pitagoras.html)].

Ángulo	<i>K'uchu</i>
Base	<i>Ch'ina</i>
Altura	<i>Tansa, Sayt'u</i>

Fuente: Elaboración propia.

Existe en nuestro vocabulario la denominación de alto, vale la pena aclarar que puede generar confusión con el concepto de altura. Según JUAN FRANCISCO DEZA, para el PEEB-P y el Ministerio de Educación –MINEDU–, la palabra alto, se refiere a cuán grande o largo es (estatura), quiere decir *jach'a*, *lawt'i*, con la aceptación de estas como variantes de la lengua.

**Figura 16**  
**Elementos en aimara**



Fuente: Elaboración propia.

Se clasifican según la longitud de sus lados, estos pueden ser: escálenos, equiláteros e isósceles.

**Tabla 29**  
**Clases de triángulos**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Clasificación	<i>Ajlla</i>
Equilátero. (tres lados iguales)	<i>Kikpawaymujina, kiquawaya mujina</i>
Isósceles (dos lados iguales)	<i>Mayjawaymujina</i>
Escaleno (lados distintos)	<i>Sayt'umujina</i>

Fuente: Elaboración propia.

## 2. *Pusiqawayanaka* o cuadriláteros

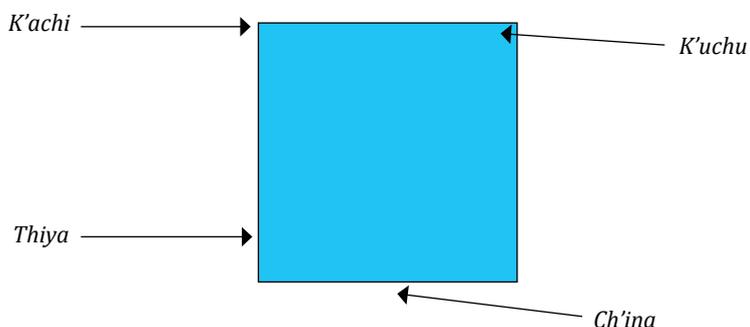
Tienen cuatro lados, son áreas cerradas que presentan: base, lado, vértice y ángulo.

**Tabla 30**  
**Elementos de un cuadrilátero**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Elementos	<i>Yānanaka</i>
Vértice	<i>K'achi</i>
Lado	<i>Thiya, qawaya</i>
Ángulo	<i>K'uchu</i>
Base	<i>Ch'ina</i>

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 17**  
**En lengua aimara**



Fuente: Elaboración propia.

Los cuadriláteros se clasifican en: paralelogramos, trapecios y trapecoides, que, según MINEDU, en lengua aimara les corresponde a los dos primeros: *jikiwisqawaya* y *ohapananaka* sin hallarse término para el último.

### 3. Paralelogramos (*Jikiwisqawaya*)

Cuadriláteros que tienen sus lados paralelos dos a dos. Dentro de estos tenemos a: rombo, rectángulo, romboide y cuadrado:

**Tabla 31**  
**Clases de paralelogramo**

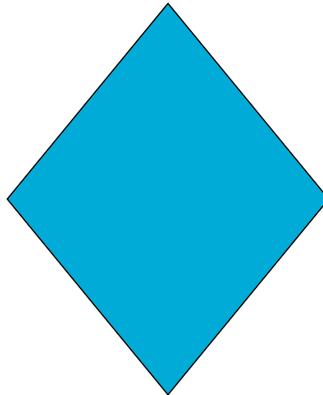
CASTELLANO	AIMARA
Paralelogramo	<i>Jikiwisqawaya</i>
Romboide	?
Rombo	<i>P'uyu, ch'uyu</i>
Rectángulo	<i>Wiskhalla, sayt'u</i>
Cuadrado	<i>Pusi k'uchu</i>

Fuente: Elaboración propia.

#### 4. Rombo (*P'uyu*)

De lados paralelos iguales los cuatro y ángulos opuestos iguales. Según LAYME (2004, p. 455) recibe el nombre de *p'uyu* o *ch'uyu*.

**Figura 18**  
***P'uyu***

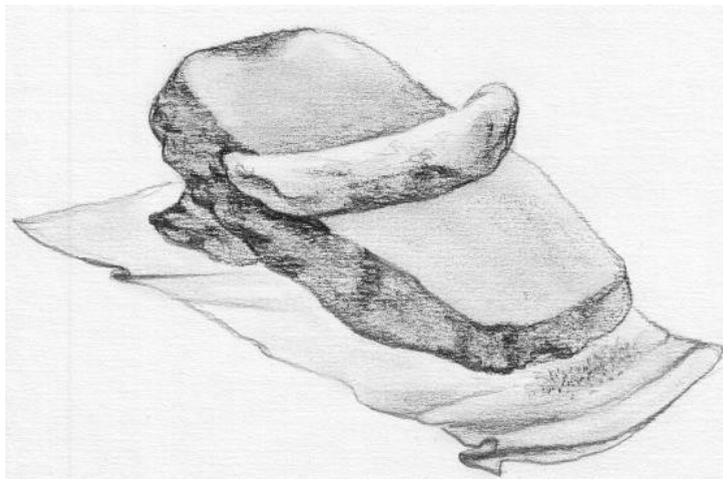


*Fuente:* Elaboración propia.

En el siguiente tejido que corresponde a una *wak'a tiwanaku*, se aprecian tres rombos.



## 5. Rectángulo (*sayt'u*)



La qhunaña es un instrumento doméstico hecho de piedra para triturar granos como la cebada, la quinua y la cañihua con la finalidad de obtener harina (*jak'u*), manifiesta una forma rectangular.

## 6. Trapecios (*qhapananaka*)

Los trapecios tienen solo dos lados paralelos, cuya denominación en aimara es *qhapana*. Tiene las siguientes clases:

**Tabla 32**  
**Clases de trapecio**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Trapecio	<i>Qhapana</i>
Escaleno	?
Isósceles (pares de ángulos consecutivos iguales)	?
Trapecio rectángulo (dos ángulos rectos)	?

*Fuente:* Elaboración propia.

## 7. Circunferencia y círculo

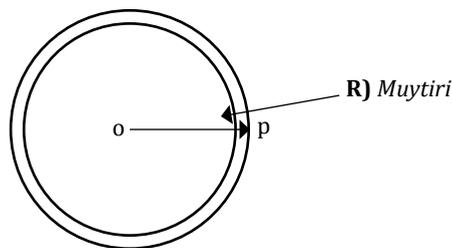
**Tabla 33**  
**Sus componentes**

CASTELLANO	AIMARA
Circunferencia	<i>Muyuthiya</i>
Círculo	<i>Muyu</i>
Radio	<i>Muytiri</i>
Diámetro	<i>Muyjalja, chikjaljkira</i>
Longitud	<i>Waru waruru</i>
Área	<i>Pampatupu</i>

Fuente: Elaboración propia.

Circunferencia o *muyuthiya*, mientras que círculo le corresponde la palabra *muyu*; radio y diámetro, *muytiri* y *muyjalja* respectivamente; longitud, *waru waruru*<sup>43</sup>; y área, *pampatupu*. Se trata de una línea curvada cerrada, plana, cuyos puntos tienen la misma distancia con el centro (O) a un punto (P) de la circunferencia que se llama radio (R) de la circunferencia.

**Figura 19**  
***Muyuthiya***



Fuente: Elaboración propia.

43 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

### C. El muyta tupu

Es la suma de las medidas de un polígono. Cuando se mide el perímetro de cualquier figura, se utilizan los siguientes elementos: lado, ancho, largo y las unidades de medida. Estos elementos en el aimara se denominan: *thiya*, *irwaqa* o *qhanqha*, *waru* y *tupuñanaka* según su orden correlativo. En la cultura aimara, la medición de perímetros es común, sobre todo en la repartición y control de terrenos, en ellas se utilizan medidas arbitrarias como el *Chilqi*, *Kayu* e incluso algunos instrumentos como la soga, *phala*. En esta sección, interesa desarrollar la terminología matemática sobre perímetro.

**Tabla 34**  
**Componentes del perímetro**

CASTELLANO	AIMARA
Perímetro	<i>Muyta tupu</i>
Lado	<i>Thiya</i>
Ancho	<i>Irwaqa, qhanqha</i>
Largo	<i>Wiskhalla, waru</i>
Figura	<i>Julli, salta</i>
Unidades de medida	<i>Tupuñanaka</i>

Fuente: Elaboración propia.

### D. Chakata chiqakinaka pampa

La denominación de plano cartesiano como *chakata chiqakinaka pampa* fue tomada de la obra *Jakhuri Masija* del Ministerio de Educación del Perú. Este sistema de ejes cartesianos está formado por dos rectas perpendiculares, para una mejor orientación se usan ejes de referencia y coordenadas. Cada punto del plano se nombra con dos números, es decir, mediante un par ordenado. El sistema coordenado cartesiano está formado por ejes X e Y. Al primero se le denomina el eje de las abscisas, mientras que, al segundo, las ordenadas.

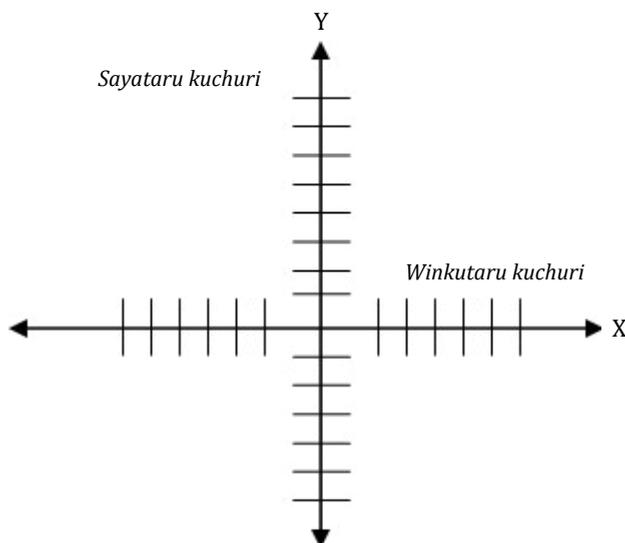
**Tabla 35**  
**Otros términos vinculados al plano cartesiano**

CASTELLANO	AIMARA
Plano	<i>Pampa, p'alta, p'allalla</i>
Plano cartesiano	<i>Chakata chiqakinaka pampa.</i>
Eje de las ordenadas	<i>Sayataru kuchuri</i>
Eje de las abscisas	<i>Winkutaru kuchuri</i>
Par ordenado	<i>Siqichata payacha</i>
Pares ordenados	<i>Siqichata payachanaka</i>
Par	<i>Payacha</i>

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver el término “plano” tiene muchas denominaciones en aimara: *pampa*, según LAYME<sup>44</sup>; *p'alta*, según DEZA<sup>45</sup>; y *p'allalla*, según PEEB-Puno.

Respecto a los ejes de referencia reciben los nombres de *sayataru kuchuri* y *winkutaru kuchuri* para el eje de las coordenadas y el eje de las abscisas.



44 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

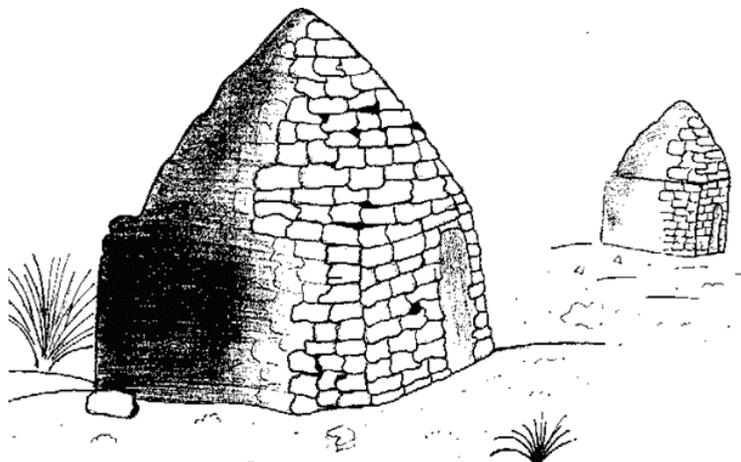
45 DEZA GALINDO. *Nuevo diccionario aymara-castellano, castellano-aymara*, cit.

La denominación de par ordenado es *siqichata payata* que traducido al castellano sería *payata* = de dos, par y *siqichata* = ordenado o en fila.

### *E. Jullitununaka, tikanaka: cuerpos geométricos*

Los *putukus* construidos inicialmente por los antecesores de los aimaras: los Uros son una prueba del gran manejo y conocimiento sobre cuerpos geométricos en el altiplano.

**Figura 20**  
**Putuko**



Fuente: Elaboración propia.

Los sólidos o cuerpos geométricos básicos que se estudian en los primeros grados de educación son cuatro: esfera, cubo, cilindro y cono. La denominación de “cuerpo geométrico” en aimara es *jullitunu* según el Ministerio de Educación, aunque para el boliviano FÉLIX LAYME, es *tika*<sup>46</sup>. Si bien ambas tienen validez, se opta por el primero. Los tipos de cuerpos geométricos en aimara que se pueden son:

---

46 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

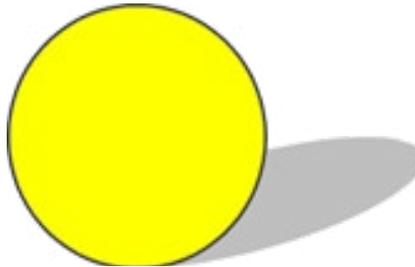
**Tabla 36**  
**Cuerpos geométricos**

CASTELLANO	AIMARA
Cuerpo geométrico	<i>Tika, jullitunu</i>
Esfera	<i>Muruq'u</i>
Cubo	<i>Suxta ajanu, suxtajanu, kajuna</i>
Cilindro	<i>Sayt'umuyu, t'uyu</i>
Cono	<i>Kalicha, t'ajta ariru tukuyata</i>

Fuente: Elaboración propia.

### 1. *Muruq'u*

La “esfera” se ha escogido el lexema *murug'u*, porque es el más específico a la definición geométrica. Se le puede encontrar en objetos como la K'iyaña. Ollas de barro, entre otros.



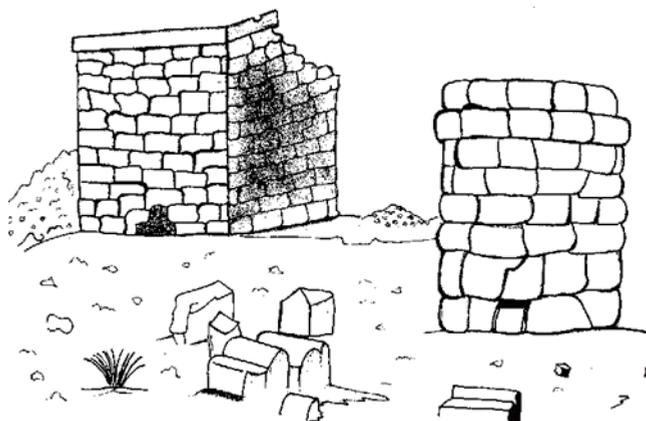
### 2. *Suxta ajanu* o cubo

Las investigaciones realizadas proporcionan varias posibilidades: *suxta ajanu*, *suxtajanu* y *kajuna*. El último (*kajuna*), queda descartado porque es una re fonologización ociosa, pues esta proviene de la palabra cajón. El primero y el segundo son lo mismo; sin embargo, lo correcto es *suxta ajanu*, pues sería, por decirlo así, la escritura de la pronunciación.

### 3. Sayt'umuyu o T'uyu

Existen dos posibilidades para el término cilindro; cuerpo que se puede observar en algunas chullpas que ostentan esta forma. Una de ellas es *sayt'umuyu* (algo así como círculo alargado) y la otra, *t'uyu*. Un buen ejemplo lo podemos encontrar en la siguiente representación:

**Figura 21**  
**Chullpas de Cutimbo**



Fuente: Elaboración propia.

### 4. Kalicha o cono

Sobre esta palabra se encuentran dos términos principales: *kalicha* y *t'ajta ariru tukuyata*. La segunda denominación queda descartada, puesto que solo es la descripción del cuerpo geométrico, es como si se dijera “cuerpo plano que termina en punta”. Como se ve, no es lo mismo decir cuadrado que “cuatro esquinas o cuatro lados”. Por ende, la denominación más coherente para cono es *kalicha*. Se presenta en el Challa<sup>47</sup> y en un Putuku<sup>48</sup>.

47 La *challa* o *ch'alla* es una práctica aimara consistente en humedecer el suelo o algún elemento para el que se busca protección con bebidas de carácter ritual.

48 El *putuku* es un elemento de la arquitectura ancestral de los Chipayas y hace parte de su unidad doméstica, es un pequeño silo de forma cónica donde se guardan las cosechas, disponible en [<https://enciclopedia.chipaya.org/lengua-uru-chipaya/putuku/>].

## 5. Pirámide (*wamp'ara*)

Poliedro irregular que tiene como base un polígono y cuyas caras laterales son triángulos con un vértice común que es opuesto a la base. Estas pueden ser de forma triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, heptagonal u octogonal; su denominación depende del polígono que tiene como base. La denominación aceptable en aimara es *wamp'ara*. Respecto al Putuku, si bien es cierto que tiene la forma de una pirámide es más bien asignada a una construcción usada como vivienda en las culturas del ande (p. ej., los Uros), que incluso en la actualidad se pueden apreciar en el distrito de Taraco, Azángaro, Puno, Perú.

**Tabla 37**  
**Elementos de la pirámide**

CASTELLANO	AIMARA
Vértice	<i>K'achi</i>
Arista	<i>Ari</i>
Arista lateral	<i>Qawaya ari</i>
Arista básica	<i>Ch'ina ari</i>
Base	<i>Ch'ina</i>
Cara	<i>Ajanu</i>
Lado	<i>Thiya</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

Las denominaciones de los elementos de una pirámide en aimara fueron extraídas de distintos autores. Para vértice la equivalencia es *k'achi*; para arista, *ari*; para arista lateral, *qawaya ari*; para arista básica, *ch'ina ari*; para base, *ch'ina*; para cara, *ajanu*; y para lado, *thiya*.

## 6. Prisma (*pirwa*)

El prisma es un poliedro regular cuyas caras laterales son paralelogramos y sus dos bases polígonos. Los prismas pueden ser de forma triangular, cuadrangular, rectangular o paralelepípedo, pentagonal, hexagonal, heptagonal u octogonal. Su denominación depende del polígono

que tiene como base que es la misma a su opuesto. En las chullpas de Cutimbo, Sancuta en Pilcuyo, Puno se pueden apreciar ejemplos de este tipo de cuerpo (prisma).

**Figura 22**  
**Chullpa cilíndrica (Pirapi chico - siglo XIV)**



*Fuente:* RISTO KESSELI y MARTTI PÄRSSIEN. “Identidad étnica y muerte: torres funerarias (chullpas) como símbolos de poder étnico en el altiplano boliviano de Pakasa (1250-1600 d. C.)”, en *Bulletin de l’Institut français d’études andines*, vol. 34, n.º 3, Lima, Institut Français d’Études Andines, Organismo Internacional, 2005, pp. 379 a 410, disponible en [<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=12634306>].

**Tabla 38**  
**Cuerpos redondos**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Cuerpo	<i>Tika</i>
Redondo	<i>Muyu muyu</i>
Esfera	<i>Muruq'u</i>
Cono	<i>Kalicha</i>
Cilindro	<i>Sayt'umuyu, t'uyu</i>

Fuente: Elaboración propia.

## VI. TÉRMINOS MATEMÁTICOS ADICIONALES SOBRE GEOMETRÍA Y MEDIDA

Quizás algunas palabras den una percepción de duda, pero es lo más próximo que se encuentra en la literatura producida hasta el momento respecto a la matemática aimara:

**Tabla 39**  
**Lista alfabética**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Ancho	<i>Irwaqa, qhanqha</i>
Angosto	<i>K'ullk'u</i>
Arco	<i>Kürmi</i>
Ápice	<i>Ch'utu</i>
Área	<i>Pampa tupu</i>
Arista	<i>Q'achi, k'achi</i>
Altura	<i>Saya</i>
Curva	<i>Mujuna q'iwta, q'iwí</i>
Curva	<i>Q'iw't'a, q'iwí, mujuna qiwt'a</i>
Curva abierta	<i>Jist'jatq'iw't'a</i>
Curva cerrada	<i>Jist'atq'iw't'a</i>
Diagonal	<i>Q'ichusirqi, q'ichhu</i>
Diagrama (curva cerrada)	<i>Jullich'ipha, jist'atq'iwí</i>

Espacio	<i>Chiqa, pacha</i>
Espiral	<i>Muytiri</i>
Forma	<i>Uñta</i>
Fila	<i>Sipi</i>
Grado	<i>Q'iwí</i>
Gráfico	<i>Jamuqa, silla'u</i>
Horizontal	<i>Winkuchi, thaxsi</i>
Lado	<i>Tiqi, thiya, qawayá</i>
Largo	<i>Wiskhalla, waru</i>
Metro cuadrado	<i>Payachata mitra</i>
Metro cúbico	<i>Kimsachata mitru</i>
Mitad	<i>Chikata</i>
Oblicua	<i>Q'ichu</i>
Ondulada	<i>Q'iwíq'iwí</i>
Paralelas	<i>Payachi</i>
Paralelepípedo	<i>Sayt'utika, jikiwisajanu</i>
Paralelismo	<i>Jikiwisáwi, payachisiwi</i>
Paralelogramo	<i>Jikiwisqawayá</i>
Punta	<i>Yára, ari</i>
Perímetro	<i>Muyta, muytatupu, muyta tupu</i>
Plano	<i>Pallalla</i>
Radio	<i>Muytiri</i>
Rotación	<i>Muyüwi</i>
Semiplano	<i>Chikpallalla</i>
Simetría	<i>Khallüwi</i>
Simétrico	<i>Khallu</i>
Traslación	<i>Jithiyáwi</i>
Trazar	<i>Rixsuña</i>
Vertical	<i>Sayachi</i>
Vértice	<i>Q'achi</i>
Volumen	<i>Winata, ukhankha</i>

Fuente: Elaboración propia.

Con este breve recorrido explicativo en torno a las principales disciplinas competentes a las matemáticas, se pone en relieve que hay varios problemas metodológicos, en esencia porque no existe un único consenso en cuanto a la denominación de algunos términos aimaras. Sin embargo, esta variedad no debe ser vista como sinónimo de confusión, por el contrario, es una riqueza terminológica en cuanto a la ciencia, pues son producto de la dialecticidad de la lengua aimara que es hablada en distintas zonas del altiplano.

## **CAPÍTULO TERCERO**

### **ETNOMATEMÁTICA**

Alrededor del año 1978 ocurrieron muchos acontecimientos que permiten explicar el nacimiento del concepto etnomatemático. Después de la Segunda Guerra Mundial se estimuló un especial interés por promulgar y defender los derechos civiles y políticos de grupos minoritarios (en especial las etnias), así se abrió el debate sobre la equidad de géneros. Así mismo, con la posguerra se incentivó una investigación del modelo de desarrollo, que hasta ese momento permanecía libre de cuestionamientos, lo que trajo consigo una serie de reflexiones e interés académicos. Las críticas sobre el papel de la ciencia e instituciones respecto al bienestar humano y la conservación del medio ambiente requerían indagaciones sobre los conocimientos propios de culturas originarias, amerindias, con lo que se inicia el surgimiento de nuevas disciplinas como la etnobotánica, etnofilosofía, etnomusicología, etnomedicina, entre otras, que requieren la convergencia de campos como la Antropología, Etnografía, Historia.

Sin embargo, muchos de los “nuevos” estudios no se enfocaron hacia otras disciplinas, en parte porque se les consideraba como universales, tal es el caso de la Matemática, pues tiene esquemas válidos para todos los contextos, por lo que los estudios etnográficos que documentaban aspectos relacionados con la matemática propia de una cultura determinada (p. ej., la numeración maya o el quipus<sup>49</sup>) eran reducidos a simple curiosidad o establecido como un hecho histórico<sup>50</sup>. De otra

---

49 El quipus fue un instrumento de almacenamiento de información consistente en cuerdas de lana o de algodón de diversos colores, provistos de nudos.

50 ALDO IVÁN PARRA SÁNCHEZ. “Acercamiento a la etnomatemática” (tesis de pregrado), Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 2003, disponible en: [<http://etnomatematica.org/trabgrado/acercamientoalaetnomatematica.pdf>].

parte, es importante mencionar que en las últimas décadas del siglo xx se plantean reconceptualizaciones de la educación desde corrientes constructivistas, que empiezan a resaltar la importancia del ambiente sociocultural en el que se desenvuelven los estudiantes, con lo que a su vez se reconoce la influencia fundamental que tiene la educación para la configuración de dichos ambientes sociales. Las propuestas de PAULO FREIRE, por ejemplo, configura la escuela como un instrumento emancipatorio.

En particular, desde la enseñanza matemática, se cuestiona la existencia de un único conocimiento y de una única forma de aprenderlo. No obstante, esta parametrización lleva a una crisis, por lo que se buscan nuevas perspectivas que permitan un mejor aprendizaje, este es el caso de la etnomatemática.

## I. DEFINICIÓN Y PANORAMA EVOLUTIVO

Una de las primeras definiciones fue articulada por UBIRATAN D'AMBROSIO<sup>51</sup> quien postula que se trata del estudio de los procesos matemáticos, de símbolos, jergas, mitologías, modelos de razonamiento, practicados por grupos culturales identificados y específicos. En adición, la etnomatemática es el arte o técnica (*tica*) de explicar, entender y desempeñarse en una realidad (*matema*), dentro de un contexto cultural propio (*etno*). Esto implica una conceptualización más amplia de la matemática, que incluye no solo contar, hacer aritmética y medir, sino también clasificar, ordenar, inferir y modelar. Así mismo, se tiene que precisar:

Al procurar relacionar el entorno sociocultural del estudiante con el aprendizaje, la etnomatemática entra a considerar aspectos sociológicos de la matemática, encontrándose con dos escenarios, por una parte, se hace visible el proceso de dominación cultural al que han sido sometidos los países del tercer mundo y que conlleva la imposición de ideologías y modelos de desarrollo en los que las matemáticas han jugado y juegan un papel importante. En los dos escenarios mencionados existe la idea de asignarle a la matemática (y por extensión a la educación matemática) responsabilidades sociales. Por esta postura la etnomatemática ha alcanzado gran importancia,

---

51 UBIRATÀN D'AMBROSIO. *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad*, Madrid, Ediciones Díaz de Santos, 2013.

adquiriendo muchos adeptos y muchos críticos. En resumen, se considera que la matemática no es políticamente neutral, ya que históricamente ha servido a la cultura occidental como instrumento para dominar (política, económica, social, psicológica, etc.) y de alienar culturalmente, pero que la matemática también puede ser utilizada en la lucha contra esa misma dominación (cosa que vuelve a negar la neutralidad), al reconocerse que las matemáticas no son exclusivas de una élite, sino que pertenecen a todos los seres humanos<sup>52</sup>.

## II. LA ETNOMATEMÁTICA AIMARA

En el Imperio Incaico y en el periodo pre-incaico hubo, no una, sino varias culturas matemáticas, más sus avances fueron asediados por la conquista española. Sin embargo, de casi cinco siglos de marginación y etnocidio, son conservadas en parte por las comunidades del altiplano. Las investigaciones actuales demuestran esta afirmación.

Las lenguas aimara y quechua han sobrevivido al colonialismo, la represión y la dominación de la lengua española por más de medio milenio. Han sobrevivido, así como lo vemos hoy, debido a la estabilidad funcional de un bilingüismo que se da en la región andina del Perú y de Bolivia, guardando en forma útil y espontánea, el rol de comunicación complementaria que le corresponde por situaciones distintas<sup>53</sup>. También han sobrevivido a la solidez de sus conocimientos desarrollados y a las maneras de transmitir utilizadas, esto es, que el medio oral fue un elemento trasmisor difícil de eliminar.

En pleno siglo XXI ya no hay duda sobre si tuvo o no desarrollo matemático la cultura aimara, debatir al respecto sería como dudar de que el Sol proporciona energía calorífica. Sin embargo, queda la tarea de esclarecer, si lo correcto es hablar de matemática aimara o etnomatemática aimara. Vale remarcar que cada civilización articuló sus propias disciplinas en base a las condiciones socioculturales en las que vivían, por lo que no debe sorprender que los aimaras hayan construido la suya. De manera que, así como hay matemática griega, japonesa, hindú o china, también existe matemática andina. Sin embargo, decir matemática andina refiriéndonos a los conocimientos desarrollados en esta zona del altiplano es una generalización desatinada. No se debe olvidar que en el altiplano andino se desarrollaron varias culturas: Puka-

---

52 PARRA SÁNCHEZ. "Acercamiento a la etnomatemática", cit., pp. 6 y 7.

53 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 19.

ra, Tiwanaku, Aymara, Quechua, en esencia y donde cada una de ellas desarrolló un saber matemático. Por ello, es premeditado decir matemática andina, pues no especifica a cuál de las culturas se refiere, lo correcto es precisar matemática aimara, matemática quechua, matemática ashaninka, y así de forma sucesiva.

Cada cultura por primitiva que parezca, ha elaborado desde la antigüedad lenguajes, herramientas, costumbres y prácticas matemáticas como clasificar, contar, calcular, pesar y medir. Por ejemplo, en el pueblo Tule, en el golfo de Urabá, el número cinco se designa por la palabra *attale* que representa las partes del cuerpo: cabeza, brazos y piernas. El número siete es *kukle* que relaciona las partes de la cabeza: dos orejas, dos fosas nasales, los dos ojos y la boca. Esto conlleva a invitar a los docentes de matemáticas a reflexionar y analizar la historia de la misma en sus distintas expresiones culturales. ARIAS<sup>54</sup> indica que toda cultura con un mínimo de desarrollo, siempre ha tenido por lo menos un criterio mínimo de lo que es administración económica. Dentro de ello, el número siempre respondía a la pregunta de cuántos objetos, animales u otras cosas de subsistencia existen. Así mismo, si partimos de que cada grupo cultural despliega sus propios conocimientos matemáticos, entonces las culturas aimaras y quechuas también tienen su propia matemática.

La matemática aimara está relacionada de manera íntima con las actividades agrícolas y ganaderas del ande, es más, ambos se corresponden, van de la mano. No habría matemática sin actividad agropecuaria. A diferencia de la matemática occidental que es cultivada como ocio, como una actividad abstracta que evoluciona con el uso del pensamiento, pero de manera paulatina se aleja cada vez más de la realidad, la aimara surge y es para la realidad, se demuestra en las mismas actividades humanas, surge de las características socioeconómicas. Al igual que cualquier otra matemática, la aimara, se manifiesta a través de sus distintos componentes que se mencionan a continuación:

- Representación del número y numeración
- Formas geométricas usadas en la comunidad

---

54 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit., p. 12.

- Unidades o sistemas de medidas locales o regionales (tiempo, longitud, superficie y volumen)
- Estadística y probabilidades
- Juegos
- Instrumentos y técnicas de cálculo, medición, estimación y procedimientos de inferencia
- Expresiones lingüísticas y simbólicas correspondientes a conceptos, técnicas e instrumentos matemáticos
- Pensamiento lógico matemático
- Representación de cantidades y operaciones propias
- Conjuntos
- Fracciones y decimales
- Aritmética

### III. PACHA APTAPI U ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO

El hombre aimara al igual que cualquier otro procedente de alguna cultura del mundo, tiene la necesidad de desplazarse de un lugar a otro con la finalidad de realizar distintas actividades, en este caso la de realizar el trueque, por ejemplo. Esta necesidad, implica el dominio, manejo y orientación del espacio geográfico, lo que originó en el hombre andino tanto un sistema como un conjunto de términos matemáticos que le ayudan a orientarse con facilidad, idearon técnicas y lenguajes que le ayudaban a organizar el espacio en el que se desenvuelve:

**Tabla 40**  
**Términos aimaras sobre la organización del espacio**

N.º	CASTELLANO	AIMARA
1	Cerca	<i>Jak'a, thiya, khiru</i> (dónde)
2	Lejos	<i>Jaya</i>
3	Debajo	<i>Aynacha, manqhi, manqha</i>
4	Encima	<i>Patxa, patarana, pata</i>
5	Delante	<i>Nayraqata, nayräxa, nayratuqi</i>
6	Detrás	<i>Ch'inatuqi, qhipäxa</i>
7	Fuera	<i>Anqa</i>
8	Dentro	<i>Manqha</i>

*El valor de la formación en etnomatemática aimara para docentes en Puno, Perú*

9	Izquierda	<i>Ch'iqqa, lluq'i</i>
10	Derecha	<i>Kupi</i>
11	Largo	<i>Wiskhalla, sayt'u, waru</i>
12	Corto	<i>Isk'a</i>
13	Mayor	<i>Jila jiliri</i>
14	Menor	<i>Sullka, sullkiri, ch'uri</i>
15	Mucho	<i>Ancha, jila, sinti</i>
16	Poco	<i>Pisi</i>
17	Occidente	<i>Inti jalanta, jalanta</i>
18	Oriente	<i>Inti jalsu, jalsu</i>
19	Decrecer	<i>Juk'arana, jisk'aptaña</i>
20	Crece	<i>Jiltaña, jach'aptaña</i>
21	Descender	<i>Saraqaña, maqaña</i>
22	Ascender	<i>Makhataña, alaytaña, mistsuña</i>
23	Descendente	<i>Aywitatiri</i>
24	Ascendente	<i>Miriri</i>
25	Abajo	<i>Aynacha, manqha</i>
26	Arriba	<i>Alaya, alaxa, amsta</i>
27	Adelante	<i>Nayraqata, nayräxa</i>
28	Atrás	<i>Qhipa, qhipäxa</i>
29	Adentro	<i>Manqha-i, manqharu</i>
30	Afuera	<i>Anqa, anqatuqi, anqaru</i>
31	Alto	<i>Lawt'i, jach'a</i>
32	Bajo	<i>Ch'utu</i>
33	Angosto	<i>Juch'usa, k'ullk'u, p'isi</i>
34	Ancho	<i>P'alta, irana, qhanqha, qayma, lark'a</i>
35	Anterior	<i>Nayraqata, nayräxa</i>
36	Posterior	<i>Qhipäxa</i>
37	Antes	<i>Nayra, nayrja, kinimu, llallirija</i>
38	Después	<i>Ukata, niya</i>

Fuente: Elaboración propia.

Se visualiza la existencia de un vasto vocabulario matemático aimara relacionado a la organización espacial. En algunos casos se puede apreciar la existencia variada de la posibilidad del uso de palabras o significados para un mismo significante. Esta heterogeneidad de palabras se debe a que la lengua aimara se encuentra geográficamente repartida en diferentes zonas del Perú, Bolivia, Chile y Argentina. En Perú, debido a la geografía accidentada, la lengua aimara presenta variedades dialectales, diferenciándose en nuestra zona altiplánica dos variedades de aimara: el Collavino y el Moheño. Aunque esa diversidad, puede deberse también a la variedad de autores, lo que implica muchas opciones y propuestas.

El término *manqha* tiene varios significados en aimara, por ejemplo: debajo, dentro, abajo, adentro lo que es inaceptable, puesto que semánticamente estos términos son diferentes. Lo que queda es analizarlos y designar otros para cada uno de ellos. Si nos basamos en la división *manqhapacha*, nos damos cuenta que *manqha* significa profundo, dentro.

Respecto a los opuestos mayor-menor, mayor es igual a *jila*, *jiliri*, y menor a *sullka*, *sullkiri*, *ch'uri*. Sin embargo, al analizar cada uno de ellos, se nota que *jila* se usa para referirnos al hermano mayor, sin importar su tamaño, porque el hermano mayor puede ser de una baja estatura que el hermano menor, por lo que no debe de ser *jila*. Lo mismo ocurre con *sullka* que se refiere al hermano menor. Todo esto resulta contraproducente, en castellano esta oposición gira en torno a la cantidad, en aimara *jila-sullka*, no es una oposición de cantidad, solo es hermano mayor-hermano menor. Ocurre igual con *jiliri* y *sullkiri* que equivalen a decir: el hermano que es mayor-el hermano que es menor. *Ch'uri*, es el hermano que es menor de entre todos. *Isk'a* o *jisk'a* puede ser atribuido al tamaño de las personas (*jisk'a yuqalla* = niño pequeño; *jisk'a jaqi* = hombre pequeño o chato o de baja estatura), a la cantidad de objetos o elementos (*jisk'aki* = poco no más; cuyo contrario es *alluxa* = mucho, arto), también es atribuible al tamaño de los objetos (*jisk'auta* = casa pequeña). Entonces, existe una connotación de:

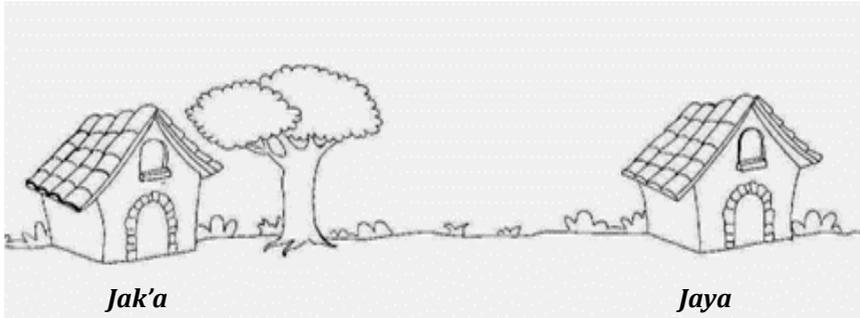
*Jisk'a* = poco (cantidad)

*Jisk'a* = pequeño (cualidad)

– Visualización gráfica de los términos sobre la organización del espacio

- Cerca - Lejos

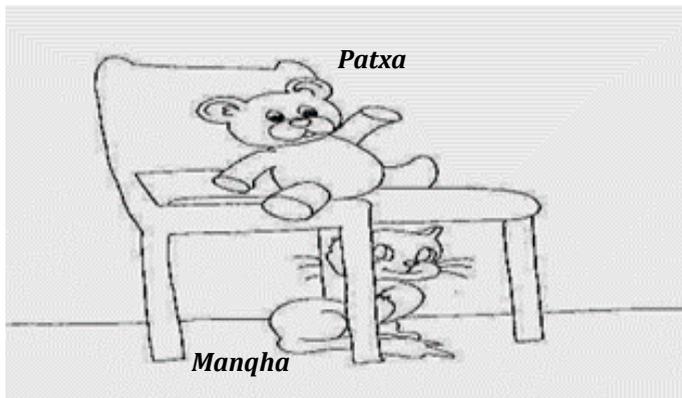
**Figura 23**  
**Distancia**



Fuente: Elaboración propia.

- Encima - Debajo

**Figura 24**  
**Disposición**

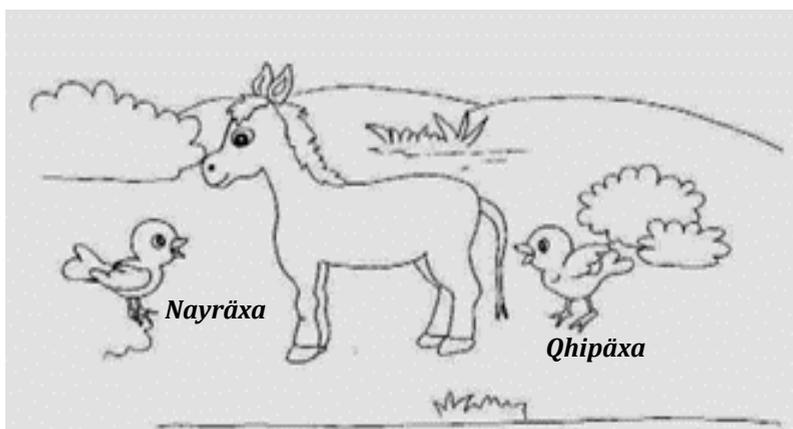


Fuente: Elaboración propia.

Para el término debajo existen tres posibilidades: *aynacha* para el Ministerio de Educación<sup>55</sup>; *manqhi* de acuerdo a BERTONIO<sup>56</sup> y *manqha* según LAYME<sup>57</sup>. Lo común es que, en la actualidad el término en sí equivale a *manqha*, al considerar que debajo es una palabra que significa un objeto debajo de otro. Encima, sin lugar a dudas es *patxa*.

- Delante – Atrás

**Figura 25**  
**Posición**



Fuente: Elaboración propia.

Esta oposición, como se ve, tiene varias posibilidades. La palabra detrás, para LUDOVICO BERTONIO<sup>58</sup>, equivale a *ch'inatuqi*, por lo que "delante" sería *nayratuqi*. Tanto para DIEGO DE TORRES como FRANCISCO DEZA<sup>59</sup> y FÉLIX LAYME<sup>60</sup> es *qhipäxa*, en deducción, su opuesto sería *nayräxa*, posibilidad que se acepta dentro-fuera-borde.

---

55 MINISTERIO DE EDUCACIÓN. *Vocabulario políglota incaico: quechua, aimara, castellano*, 2.<sup>a</sup> ed., Lima, MINEDU, 1998.

56 BERTONIO. *Transcripción del vocabulario de la lengua aimara: 1612*, cit.

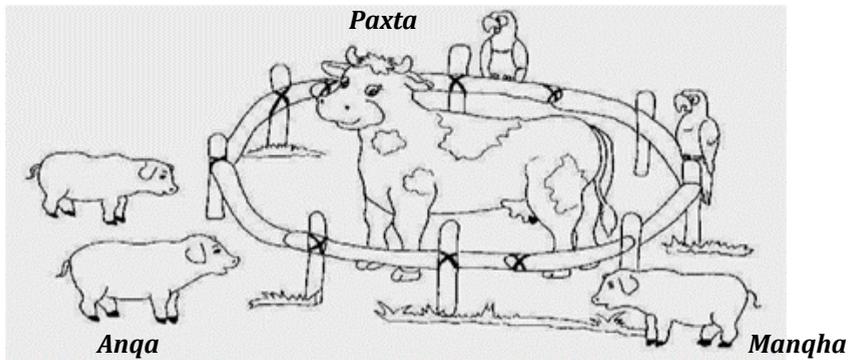
57 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

58 BERTONIO. *Transcripción del vocabulario de la lengua aimara: 1612*, cit.

59 DEZA GALINDO. *Nuevo diccionario aimara-castellano, castellano-aimara*, cit.

60 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

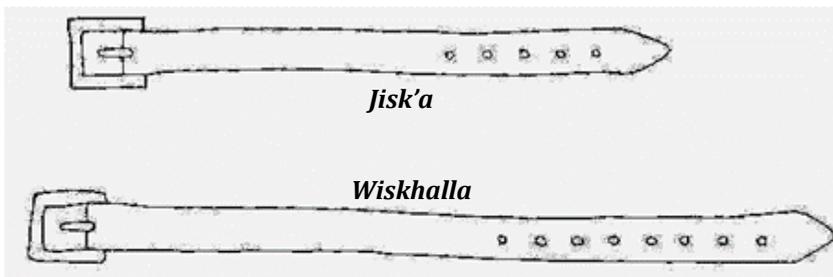
**Figura 26**  
**Desplazamiento**



Fuente: Elaboración propia.

- Largo - Corto

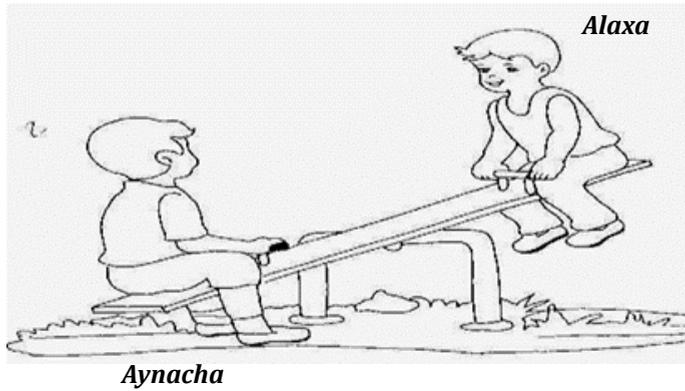
**Figura 27**  
**Tamaño**



Fuente: Elaboración propia.

- Abajo - Arriba

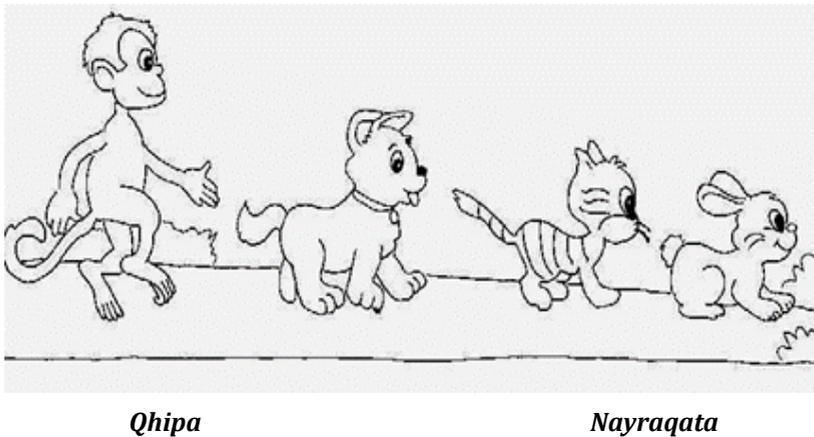
**Figura 28**  
**Dirección**



Fuente: Elaboración propia.

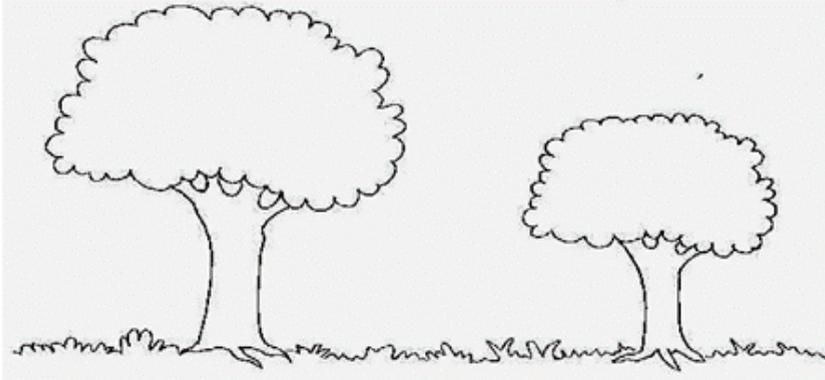
- Adelante - Atrás

**Figura 29**  
**Segunda posición**



- Alto - Bajo

**Figura 30**  
**Tamaño**



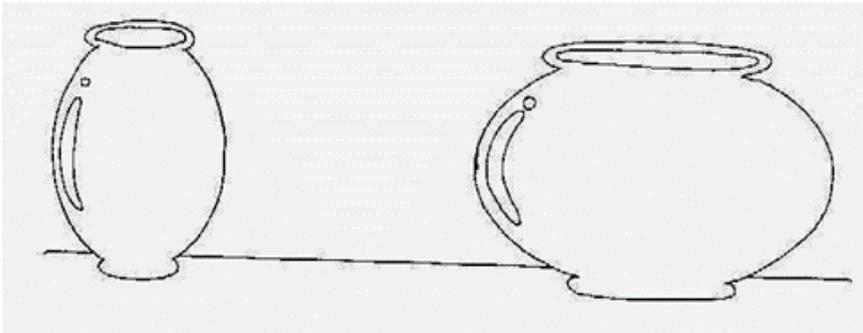
*Law'ti*

*Ch'utu*

Fuente: Elaboración propia.

- Ancho - Angosto

**Figura 31**  
**Volumen**

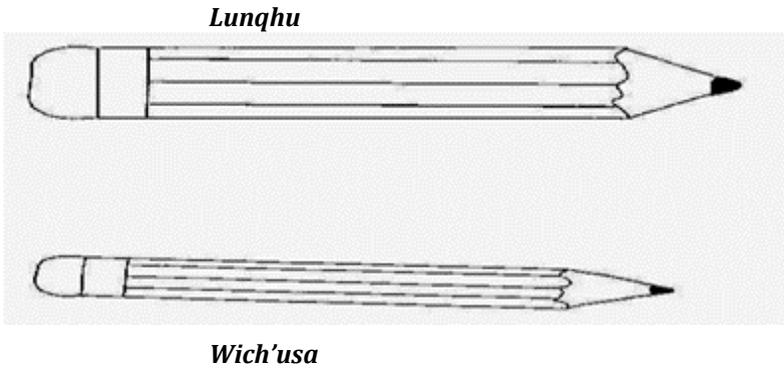


*Juch'usa*

*Pálta*

- Grueso - Delgado

**Figura 32**  
**Dimensión**



Fuente: Elaboración propia.

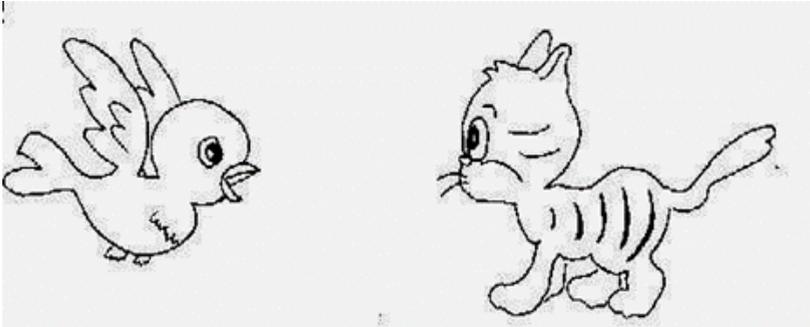
- Izquierda - Derecha

**Figura 33**  
**Indicaciones**



- A la izquierda - A la derecha

**Figura 34**  
**Orientación**



*Kupi tuqiru (kupiru)*

*Ch'iq'a tuqiru (ch'iqaru)*

Fuente: Elaboración propia.

Al igual que el español, el aimara ha desarrollado términos relacionados a los opuestos que necesariamente se utiliza en la cotidianidad, en el proceso de las relaciones sociales.

### A. La lógica de los opuestos

Un segundo grupo de opuestos se puede apreciar en el siguiente cuadro a modo de prueba de la riqueza del vocabulario matemático aimara sobre organización del espacio.

**Tabla 41**  
**Términos aimaras**

N.º	CASTELLANO	AIMARA
1	Femenino	<i>Warmi, warmiri</i>
2	Masculino	<i>Chacha, chachiri</i>
3	Fácil	<i>Jasa</i>
4	Difícil	<i>Jaritha, ch'ama, k'ulthu</i>
5	Subida	<i>Parki, mistu</i>
6	Bajada	<i>Saraqa</i>

7	Verdadero	<i>Chiqa</i>
8	Falso	<i>K'ari, tullpa, llulla</i>
9	Débil	<i>Ch'ama wisa, ch'ama pisi, turpa</i>
10	Fuerte	<i>Ch'ulqi</i>
11	Liso	<i>Llusk'a</i>
12	Duro	<i>Thuru, ch'ullqi</i>
13	Llegada	<i>Puri</i>
14	Partida	<i>Mistuwí</i>
15	Salida	<i>Mistu, mistura</i>
16	Entrada	<i>Mantxaña, mantaña</i>
17	Lento, despacio	<i>K'acha, lat'u</i>
18	Rápido	<i>K'ataki, laqa, jank'a</i>
19	Flaco	<i>Tixi, chuxru, taxa</i>
20	Gordo	<i>Lik'i</i>
21	Comenzar	<i>Qallaña, qalltaña</i>
22	Acabar	<i>Tukuña, tukuyaña</i>
23	Chico-a, pequeño	<i>Jisk'a</i>
24	Grande	<i>Jach'a</i>
25	Delgado	<i>Juch'usa</i>
26	Grueso	<i>Lankhu, lunqhu</i>
27	Inferior	<i>Taqitha jisk'a</i>
28	Superior	<i>Jiliri</i>
29	Oscuro	<i>Ch'amaka, laxa</i>
30	Claro	<i>Qhana</i>
31	Abierto	<i>Jist'arata</i>
32	Cerrado	<i>Llawintata</i>

Fuente: Elaboración propia.

El lenguaje que se utiliza en el proceso de enseñanza-aprendizaje como se advierte es rico, aunque en algunos casos, limitado. Para algunos usuarios de distintas zonas, la palabra desigual quiere decir *pilla* o *chaqa* y para otros, *wisqu* o *chharqa*. Esta realidad heterogénea exige tomar acciones que nos conduzcan hacia la unanimidad, con fundamentos científicos, para definir cuál es el que realmente significa. Si todas estas palabras tuviesen el mismo significado, entonces lo que queda es

determinar cuál es la que más se aproxima al concepto, para que de ese modo se establezca una jerarquía de acuerdo a su significado.

Mientras no haya un criterio de unidad, esta diversidad podría representar un obstáculo para la estandarización del lenguaje matemático, por lo menos en lo referente a lo académico, para el avance de la lengua, de la cultura, y por ende para la aplicación de la educación intercultural. La relación hombre-mujer, en el mundo andino-aimara, más que una oposición es una complementariedad. Solo para fines didácticos y educativos se usan sus equivalentes *chacha-warmi* como la traducción de la oposición masculino-femenino.

#### IV. JAKHUNAKAMPI JAKHUCHÄWINPI: NÚMEROS Y NUMERACIÓN

##### A. *Qutunaka: conjuntos*

Si bien es cierto que en el mundo aimara no hubo una teoría del todo desarrollada, ni sistematizada de conjuntos, sí hubo una práctica y manejo de ellos. Prueba de esto es el vocabulario existente:

**Tabla 42**  
**Los conjuntos**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Conjunto	<i>Qutu, tantata</i>
Conjunto vacío	<i>Ch'usaqutu, jani kunani qutu</i>
Conjunto unitario	<i>Sapani qutu</i>
Inclusión de conjuntos	<i>Qutunakjakhuntäwi</i>
Intersección de conjuntos	<i>Qutunakjithintäwi</i>
Reunión de conjuntos	<i>Qutunaka tantachäwi</i>
Subconjunto	<i>Qutunkirqutu</i>
Pertene al conjunto	<i>Qutuna yänkipawa</i>
Relación	<i>Jikisiwi, jakisiwi</i>
Relaciones	<i>Jakisiwinaka</i>
Pertenencia	<i>Yänkiwi</i>
Elemento	<i>Yä, yana</i>

Unión	<i>Jikthapi</i>
Conjunto por extensión	<i>Istinsiyunata qutu</i> (M.E.)
Conjunto por comprensión	<i>Kumpirinsiyunata qutu</i> (M.E.)
Diagrama	<i>Jist'ataq'iwi</i>
Objeto	<i>Yäna</i>

Fuente: Elaboración propia.

Los conjuntos se acostumbran representar con gráficos circulares llamados diagramas de Venn. El Ministerio de Educación, adopta el término *qutu* –que quiere decir montón– para referirse a conjunto. Se encuentra también otra denominación: *tantata* cuyo significado sería agrupado. Asumidas estas denominaciones, el siguiente paso que se presenta es la equivalencia en aimara para el concepto diagrama es *jist'ataq'iwi*.

#### – Tipos de conjuntos

- *Conjunto vacío*. Es el que no tiene elementos, su término equivalente es *ch'usa qutu*. Sin embargo, existe otra posibilidad que es *jankunani qutu*. La denominación más idónea es *ch'usa qutu*, pues el segundo equivale a decir conjunto que no tiene nada, lo que viene a ser una forma descriptiva.
- *Conjunto unitario*. Tiene un elemento, su denominación es *sapani qutu*.

Desde otro punto de vista, los conjuntos pueden clasificarse: por extensión y por comprensión, para esta clasificación, la denominación es:

- *Conjunto por extensión*: *Istinsiyunata* (de extensión) *qutu*.
- *Conjunto por comprensión*: *kumpirinsiyunata* (de comprensión) *qutu*.

## **B. Clasificación de los números**

### **1. Número cardinal**

Se refiere a un aspecto cuantitativo de un conjunto de objetos. Se construye simultáneamente con él. Son adjetivos que expresan un número determinado. Están sustentados en el sistema decimal, cuyas representaciones más conocidas son: unidades = *sapanaka*; decenas = *tunkanaka*

### **2. Números congregativos o distributivos**

Los numerales distributivos se componen de los primitivos, se duplica el nombre y se coloca al final la preposición ablativo *-ta*, que significaría de, en.

**Tabla 43**  
**Números distributivos**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
<b>De uno en uno</b>	<i>maya mayata</i>
De dos en dos	<i>paya payata o pani panita</i>
De tres en tres	<i>kimsa kimsata</i>
De cuatro en cuatro	<i>pusi pusita</i>
De cinco en cinco	<i>phisqa phisqata</i>
De seis en seis	<i>suxta suxtata</i>
De siete en siete	<i>paqallqu paqallquta</i>
De ocho en ocho	<i>kimsaqallqu kimsaqallquta</i>
De nueve en nueve	<i>llätunka llätunkata</i>
De diez en diez	<i>tunka tunkata</i>
De once en once	<i>tunka mayani tunka mayanita</i>
De doce en doce	<i>tunka payani tunka payanita</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

### 3. Los números ordinales (*siqiyirjakhu*)

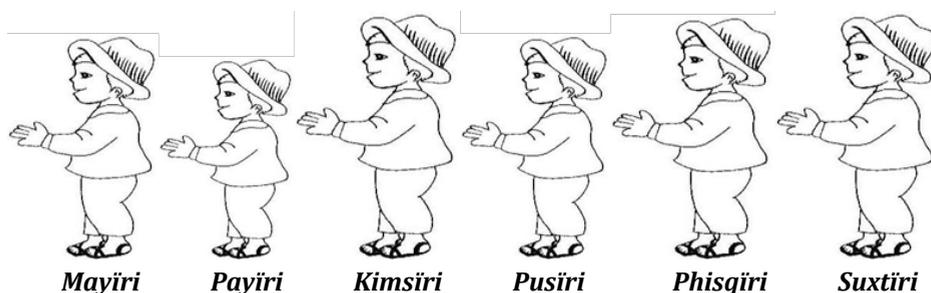
Indican un orden consecutivo. Se forman utilizando los números cardinales y la posposición del término *-iri*, que sirve para darle el carácter ordinal. Según el Padre DIEGO DE TORRES citado por FRANCO<sup>61</sup>, “en los números ordinales solamente el primero se dice *naira*, los demás son como los primitivos: segundo, tercero, o *paya*, *kimsa*, *pusi*, etc.”, por ejemplo: *paya kamachita aru* = el segundo mandamiento. También, en las palabras del Padre DE TORRES, para obtener el número ordinal, al número primitivo se le añade al final la partícula *-iri*, que es final del participio *canquiri* (estar ahí); por ejemplo, *kimsairi*, que quiere decir el tercero, es como si dijéramos *kimsa kankiri* o el que es tres o el que está en tercer lugar.

**Tabla 44**  
**Numeración ordinal**

CASTELLANO	AIMARA (primera forma)	AIMARA (segunda forma)	AIMARA (tercera forma)
Primero	<i>Mayiri</i>	<i>Mayri</i>	<i>Mariri, mayiri</i>
Segundo	<i>Payiri</i>	<i>Payri</i>	<i>Payiri</i>
Tercero	<i>Kimsiri</i>	<i>Kimsayri</i>	<i>Kimsiri</i>
Cuarto	<i>Pusiri</i>	<i>Pusiyri</i>	<i>Pusiri</i>
Quinto	<i>Phisqiri</i>	<i>Phisqayri</i>	<i>Phisqiri</i>
Sexto	<i>Suxtiri</i>	<i>Suxtayri</i>	<i>Suxtiri</i>
Sétimo	<i>Paqallqiri</i>	<i>Paqalluyri</i>	<i>Päqallqiri</i>
Octavo	<i>Kimsaqallqiri</i>	<i>Kimsaqallquyri</i>	<i>Kimsapaqallquri</i>
Noveno	<i>Llatunkiri</i>	<i>Llätunkayri</i>	<i>Llätunkiri</i>
Décimo	<i>Tunkiri</i>	<i>Tunkayri</i>	<i>Tunkiri</i>
Undécimo	<i>Tunka mayiri</i>	<i>Tunka mayri</i>	<i>Tunka mayiri</i>
Duodécimo	<i>Tunka payiri</i>	<i>Tunka payri</i>	<i>Tunka payiri</i>
Décimo tercero	<i>Tunka kimsiri</i>	<i>Tunka kimsayri</i>	<i>Tunka kimsiri</i>
Décimo cuarto	<i>Tunka pusiri</i>	<i>Tunka pusiyri</i>	<i>Tunka pusiri</i>
Último	<i>Qhipqhipa</i>		<i>Qhipiri, qhipankiri</i>

61 MARIO FRANCO INOJOSA. *Arte de la lengua Aymara: Gramática y vocabulario compuesto por el padre Diego de Torres Rubio*, Lima, Edit. Lyrsa, 1967, p. 60.

**Figura 35**  
**Representación didáctica**



Fuente: Elaboración propia.

La lectura y escritura de los números ordinales en aimara es aún un campo inexplorado, esto no significa que los antepasados aimaras no hayan utilizado esta categoría, por el contrario, en la actualidad emplean muy bien los números ordinales, pero nada más en la praxis cotidiana.

### *C. Operaciones básicas*

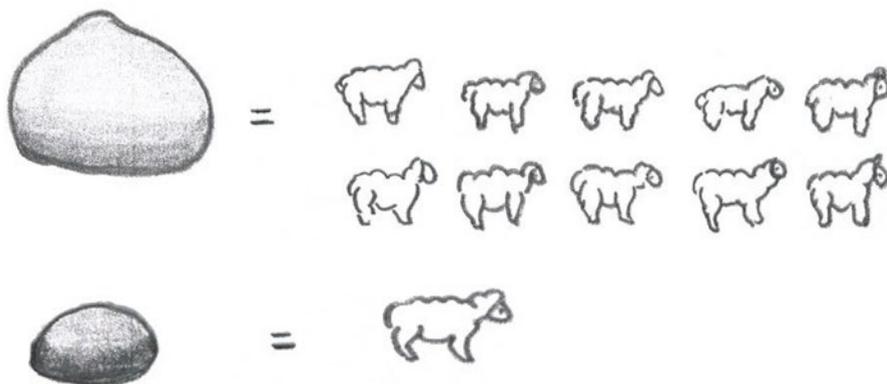
#### *1. Qala: contabilidad con piedras*

El llevar cuentas con el empleo de pequeñas piedras o piedrecillas es quizá la técnica e instrumento más ancestral e incipiente de contabilidad, no solo en el mundo andino sino también en las culturas en general.

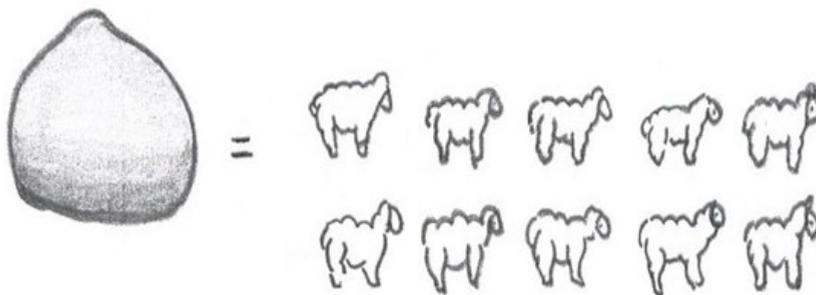
En el Perú, dentro de la didáctica pedagógica, se sugiere el uso de materiales estructurados y no esquemáticos, dentro de los últimos, las piedrecillas, palitos, semillas, fideos y otros son empleados como recursos para un aprendizaje significativo. Sin embargo, la propuesta no es inédita, o resultado de la sugerencia de algún nuevo enfoque pedagógico, más bien es una técnica antigua. La piedra como recurso o representación objetiva fue empleada muchos siglos atrás por la cultura aimara como instrumento matemático, para llevar cuentas sobre la producción agrícola y ganadera.

En los tiempos de florecimiento, los aimaras tuvieron técnicas muy útiles que les permitieron manejar cantidades, saber la totalidad de su ganado y las divisionarias de esa totalidad. Una de estas técnicas era el conteo con el uso de piedras de diferentes tamaños, elemento tan sencillo, pero muy útil y base para el progreso de la matemática.

La estrategia consiste en reemplazar o sustituir con piedras a los ganados de la siguiente manera: dentro del corral se pone una piedra mediana en forma de plato, considerada sagrada (puesto que ningún integrante de la familia, sobre todo los niños, podían hurgarla). Esta podía contener piedras de diferentes tamaños y colores naturales que permiten representar los distintos órdenes y valores de los números. Los tamaños podían ser grandes, medianas y pequeñas, dependiendo de la necesidad y cantidad de ganado. Estas piedras representan también ovejas, alpacas, llamas, entre otros animales. Las piedras pequeñas representan a las unidades, las medianas las decenas y las grandes las centenas:



Por ejemplo, para contabilizar las ovejas, estas son reemplazadas por piedras de diferentes tamaños (podrían ser también colores). Al suponer que el individuo x tiene 88 ovejas, necesitaría ocho piedras medianas y ocho pequeñas. Cada piedra mediana equivale a una decena, por lo que las ocho medianas harían ocho decenas u 80 unidades. Las piedras pequeñas equivalen a una unidad, tendría ocho unidades. Finalmente: ocho decenas más ocho unidades hacen 88. Las piedras medianas representan a una decena porque equivale a los diez dedos de la mano y las piedras pequeñas a cada uno de los dedos, que representan a las unidades. Resulta ser un método muy didáctico e ingenioso.



Si la cantidad de ovejas llega al orden de las centenas, entonces se tendrían que utilizar piedras de tres tamaños: pequeñas, medianas y grandes. El profesor OSCAR CALLATA mediante las versiones de su abuelo ISIDRO CALLATA GUILLERMO que vive en la parcialidad de Antajarani, distrito de Conduriri, Provincia El Collao, indica cómo es que eran capaces de controlar sus pertenencias, sobre todo lo relacionado al ganado. Por ser zona alta, las personas se dedican al cuidado de ovinos, auquénidos y otros, de este modo que hay la necesidad de llevar el conteo de su ganado, todas las mañanas y tardes, para de esta manera determinar su integridad o pérdida. Esta técnica ancestral aún se puede evidenciar en la actualidad. Así, en una visita al distrito de Huacullani, al realizar la venta de arena a la municipalidad del mismo distrito, se vio el uso de piedritas para saber cuántas volquetadas se extraen y al final determinar la cantidad total. Esta estrategia no solo es empleada en la zona aimara, sino también por los quechuas:

En las puertas de los canchones o corrales se guardan diez piedrecitas bien escogidas y diferentes de los demás. Con estas piedras no se juega, los niños no pueden jugar con ellas porque de lo contrario el ganado desaparece (no una desaparición mágica de película, sino que si se perdía una piedra era como perder la contabilidad de una oveja). Las piedritas son motivo de homenaje en fiestas como: lunes de carnaval, Primero de agosto, fechas en las que se ofrenda a la santa tierra. Además, se agregan piedras para que aumente (produzca) el ganado<sup>62</sup>.

---

62 VILLAVICENCIO UBILLÚS, MARTHA. *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas...* cit., p. 131.

El siguiente párrafo resulta ser muy interesante al reflejar el pensamiento y percepción del hombre aimara respecto al hecho de manejar los números. En Sillota, un varón de 71 años, dijo:

Los campesinos no tenemos necesidad de escribir ni leer, porque nunca vamos a llegar a trabajar en las oficinas, sólo es necesario firmar para sacar la libreta o para elegir (sufragar). Producimos todo lo necesario para nuestro consumo, si falta algo, llevamos queso o papa a la plaza y a cambio nos dan lo que necesitamos (trueque). No tenemos necesidad de consumir lo que producen los pueblos, esos productos causan enfermedades, por eso hay dolor de muela, por eso hay caries dental, por eso a UD le faltan dientes, en cambio yo tengo toda mi dentadura completa. Hasta las medias que utilizan causa reumatismo y para curarte haces agujerear tu cuerpo, esto hace más daño todavía. Nosotros, si tenemos alguna dolencia, dolor de estómago, por ejemplo, tomamos hierbas del campo, y no como ustedes que gastan muchos miles en comprar medicinas, por eso saben contar. Pero ustedes no saben muchas cosas de las que sabemos nosotros<sup>63</sup>.

Con este párrafo, no se entiende que el hombre aimara no sabe contar o no sabía contar, solo que no le da la misma utilidad que en el mundo ciudadano. La contabilidad está a la medida de las necesidades que el contexto en el que vive exige de él para su vivencia.

La contabilidad implica el dominio de las cuatro operaciones básicas de la aritmética. Diversos autores no concuerdan con la denominación para los nombres de las operaciones básicas. Algunos denominan a la adición, por ejemplo, *jakhuqäwi* y otros *jakhuqaña*, como si fueran palabras sinónimas. Una cosa es división y otra dividir, que son palabras semánticamente diferentes. La palabra aimara *jakhuqaña* quiere decir sumar, es la acción o verbo en infinitivo, cualquier lexema aimara que termine en sufijo -ña indica verbo en infinitivo. Mientras, la palabra “adición” tiene como equivalente en la lengua aimara a *jakhuqäwi* que es un sustantivo. En ese sentido, una cosa es *jakhuqaña* y otra distinta es *jakhuqäwi*. Lo mismo sucede con la denominación del resto de operaciones básicas.

En la operación de adición, el vocablo correcto para la palabra sustracción en aimara es *jakhuqäwi* y no *jakhuqaña*, porque este último, significa la acción misma de restar. Veamos a continuación estas dis-

---

63 *Ibíd.*, p. 132.

tinciones en los siguientes dos cuadros a consecuencia de las asignaciones inadecuadas de nombres a estas operaciones en aimara, distinguiéndose claramente que una cosa es el nombre de la operación y otra es la acción de realizar esa operación:

**Tabla 45**  
**Operaciones básicas en aimara**

N.º	CASTELLANO	AIMARA
1	Operación	<i>Lurja</i>
2	Adición	<i>Jakhtapïwi</i>
3	Sustracción	<i>Jakhuqãwi, jakhuqa</i>
4	División	<i>Lakiwi, jalja, laki</i>
5	Multiplicación	<i>Mirayãwi, mirãwi, miraya</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

El nombre de las operaciones básicas en aimara terminan todas en el sufijo *-wi*. También se observan otras denominaciones que son válidas, puesto que no se contradicen con la acción de realizar la operación. Los nombres de las operaciones son muy distintos al acto de realizar tal o cual operación:

**Tabla 46**  
**Acción operativa**

N.º	CASTELLANO	AIMARA
1	Sumar	<i>Jakhtapiña</i>
2	Restar	<i>Jakhuqaña, iraqaña</i>
3	Dividir	<i>Lakiña, Jaljaña, ch'axtaña, lakjaña</i>
4	Multiplicar	<i>Mirayaña, miraña</i>

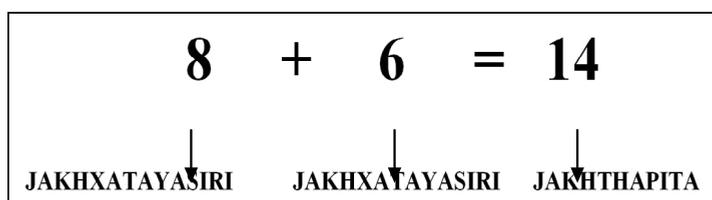
*Fuente:* Elaboración propia.

Al igual que el nombre de las operaciones básicas, la acción de realizar una operación tiene también sus variantes válidas. *Jakhtapiña* quiere decir sumar; *jakhuqaña*, restar; *lakiña*, dividir y *mirayaña*, multiplicar. Adviértase que las denominaciones verbales en aimara terminan en el sufijo *-ña*, que indica infinitivo.

## 2. Adición o *pacha jakhunaka jakhthapiwi*

El término adición proviene del latín *additio* que significa añadir, agregar. Se le define como la operación aritmética que consiste en añadir elementos, aumentar, incorporar cantidades o reunir varios números en uno solo. Los términos de la adición se llaman sumandos (*jakhxatayasirinaka* o *jakhthapiyasirinaka*) y el resultado, suma (*jakhthapita*). Esta operación de añadir o agregar, en lengua aimara, se denomina *jakhthapiwi*, cuyos elementos comprenden las siguientes equivalencias.

**Figura 36**  
**Las partes de la suma**



Fuente: Elaboración propia.

## 3. Sustracción o *pacha jakhunaka jakhuqäwi*

El término sustracción proviene del latín *subtraere* que significa apartar, separar, extraer. Los términos de la sustracción se llaman minuendo y sustraendo, y el resultado, resta o diferencia. La operación de la sustracción se le ha denominado *jakhuqäwi*.

Respecto a la denominación en aimara del término “resta”, según el Ministerio de Educación, sería *puchu*. Aunque este término no es el adecuado al considerar que su significado es “la sobra de alguna comida”, existe otra opción más certera que es *jilt'a*<sup>64</sup>, que es más bien lo que sobra de una cantidad. En los demás elementos no se presentan mayores problemas.

---

64 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

**Figura 37**  
**Partes de la resta**

<b>10</b>	<b>-</b>	<b>3</b>	<b>=</b>	<b>7</b>
<i>JAKHUQAYASIRI</i>		<i>JAKHUQIRI</i>		<i>JILT'A</i>

Fuente: Elaboración propia.

#### 4. Multiplicación o *pacha jakhunaka miräwi*

Consiste en sumar un mismo número varias veces. A este se le llama multiplicando y el número que indica las veces que se multiplica, multiplicador, el resultado que se obtiene, producto. En otras palabras, la multiplicación es la suma abreviada de varios sumandos iguales. Se le traduce como *miräwi* o *mirayawi*.

**Figura 38**  
**Elementos de la multiplicación**

<b>3</b>	<b>x</b>	<b>4</b>	<b>=</b>	<b>12</b>
↓		↓		↓
<i>MIRAYIRI</i>		<i>MIRIRI</i>		<i>MIRATA</i>

Fuente: Elaboración propia.

#### 5. División o *pacha jakhunaka lakïwi*

*Lakïwi* es el vocablo designado para la división. Los elementos que lo comprenden son el dividendo y el divisor, los que luego de ser efectuados obtienen dos números: el cociente y el residuo.

**Tabla 47**  
**Partes de la división**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Dividendo	<i>Lakiyasiri</i>
Divisor	<i>Lakiri</i>
Cociente	<i>Lakirata, lakita</i>
Residuo	<i>Jilt'a</i>

Fuente: Elaboración propia.

## 6. Los signos de las operaciones básicas: *pusi lurjana chimpunakapa*

Así como las denominaciones de las operaciones aritméticas básicas, es necesario conocer los signos de estas operaciones en lengua aimara. Lo que se recupera del lenguaje matemático aimara es la denominación más no el signo en sí, pues estos son los mismos que el de la matemática occidental.

**Tabla 48**  
**Términos de los signos**

<b>CASTELLANO</b>	<b>SÍMBOLO</b>	<b>AIMARA</b>
Signo		<i>Chimpu</i>
Los signos de las operaciones básicas	...	<i>Pusi lurjana chimpunakapa</i>
Más	+	<i>Jakhthapiña chimpu</i>
Menos	-	<i>Jakhuqaña chimpu</i>
Entre	:	<i>Lakiña chimpu</i>
Por	x	<i>Mirayaña chimpu</i>
Igual	=	<i>Kikichimpu</i>
Punto	.	<i>Ch'aqa</i>

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en el cuadro anterior, los nombres de los signos de las operaciones básicas son: *jakhthapiña chimpu* (más), *jakhuqaña chimpu* (menos), *lakiña chimpu* (entre) y *mirayaña chimpu* (por), de acuerdo al Ministerio de Educación del Perú.

## 7. *Pachjatanaka*: fracciones

La lengua aimara ofrece una riqueza de términos cuyo significado depende del objeto a fraccionar, pues esta palabra tiene muchas connotaciones en aimara, dependiendo de lo que se rompa, parta o fraccione. Veamos los siguientes casos:

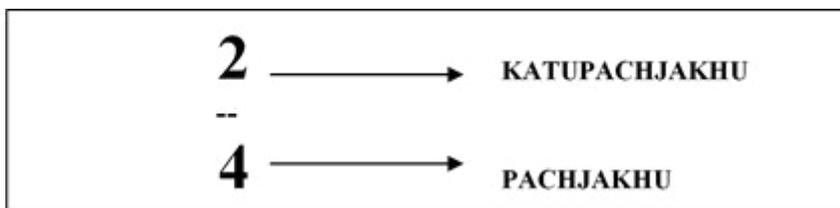
- Partir un pan *k'ichjaña*
- Partir una papa *pachjaña*
- Partir una piedra *jaljaña o jaljtayaña*
- Partir un palo, lapicero *p'akjaña o p'akinaqaña*
- Romper un papel, ropa *ch'iyjaña*

De acuerdo a lo anterior, romper objetos de cuerpo plano como por ejemplo una tela, papel o plástico, en aimara se expresa con *ch'iyjaña*. Para objetos largos y duros como un palo, una madera larga, un lapicero, un bastón, se utiliza el término *p'akjaña*. Es también aplicable a objetos de contextura dura como la olla, plato (*chuwa*), lavador de arcilla. Ejemplo: *lawá p'akjma* (rompe el palo), *phukuwa p'akjasitayna* (se rompió la olla).

Para cosas de cuerpo tridimensional pero suaves o dóciles de ser partidos, como un pan, una manzana, una papa, etc., se utiliza la palabra *pachjaña* o *k'ichjaña*. El primero para partir a dos, y el segundo para repartir. Para objetos con cuerpo tridimensional pero duros, como una piedra, adobe, se utiliza la palabra *jaljtayaña*. Ejemplo: *pusiru uka qala jaljtayma* (parte la piedra en cuatro). No es correcto decir *pusiru uka qala ch'iyjma*, pues ésta solo es atribuida a objetos de cuerpo plano y delgado.

En la actualidad, en un matrimonio que no perduró, si las partes deciden romper o disolver el matrimonio, dicen *jaltxañani* (separémonos).

**Figura 39**  
**Componentes de la fracción**



Fuente: Elaboración propia.

### 8. Número fraccionario: *pachjata jakhu*

El número fraccionario es un número racional expresado mediante dos números separados por una raya, el numerador y el denominador. En lengua aimara, se han encontrado dos denominaciones sobre la palabra “fracción”. En las publicaciones bolivianas se encuentra *p’aki*, que significaría en castellano la palabra “roto”. La equivalencia encontrada en el Perú es la del Ministerio de Educación con *pachjata*, que es la que se opta para efectos de desarrollo del tema.

Los términos de una fracción son el numerador y el denominador. El numerador indica el número de partes que se toman de la unidad. El denominador indica las partes iguales en que se divide la unidad. Las denominaciones en aimara:

**Tabla 49**  
**Números fraccionarios**

CASTELLANO	AIMARA
Fracción	<i>Pachjata</i>
Número fraccionario	<i>Pachjata jakhu</i>
Numerador	<i>Katupachjakhu, ch’axta</i>
Denominador	<i>Pachjakhu, ch’axtiri</i>

Fuente: Elaboración propia.

*Ch'axta* o *katupachjakh* quieren decir una de las partes fraccionadas y *ch'axtiri* o *pachjakh*, el que fracciona, indica las veces en que se fracciona una unidad. Ambas posibilidades tienen perfecta aplicación y comprensión.

## 9. Representación y lectura de fracciones

El Ministerio de Educación propone la siguiente escritura y lectura de las fracciones.

- Entero *Ullañaxa: Maypacha*
- Un medio (1/2) *Ullañaxa: Mächikata; payarujaljatana mayapa*
- Un tercio (1/3) *Ullañaxa: Mälayu, kimsarujaljatana mayapa*
- Un cuarto (1/4) *Ullañaxa: Mätaru, pusirujaljatana mayapa*
- Un quinto (1/5) *Ullañaxa: Phisqarujaljatana mayapa*
- Dos cuartos (2/4) *Ullañaxa: Pätaru, pusirujaljatana payapa*
- Dos sextos (2/6) *Ullañaxa: Suxtarujaljatana payapa*
- Cuatro octavos (4/8) *Ullañaxa: Kimsaqallqurujaljatana pusipa*
- Cuarto (fracción) *Ullañaxa: Taru*

**Tabla 50**  
**Escritura y lectura de fracciones más grandes**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Un medio 1/2	<i>Mä chikata, payarjaljatana mayapa, maya chikata</i>
Un tercio 1/3	<i>Mälayu, kimsarujaljatana mayapa</i>
Un cuarto 1/4	<i>Mätaru, taru, pusirujaljatana mayapa, chikana chikapa</i>
Un quinto 1/5	<i>Phisqarujaljatana mayapa</i>
Dos medios 2/2	<i>Payarujaljatana payapa</i>
Dos tercios 2/3	<i>Kimsarujaljatana payapa</i>
Dos cuartos 2/4	<i>Pusirujaljatana payapa</i>
Dos quintos 2/5	<i>Phisqarujaljatana payapa</i>
Dos sextos 2/6	<i>Suxtarujaljatana payapa</i>
Tres cuartos 3/4	<i>Pusirujaljatana kimsapa</i>

Cuatro octavos $4/8$	<i>Kimsaqallqurujaľjatanana pusipa</i>
Cuatro novenos $4/9$	<i>Llätunkarujaľjatanana pusipa</i>
Cinco décimos $5/10$	<i>Tunkarujaľjatanana phisqapa</i>
Un décimo $1/10$	<i>Tunkachjatanana mayapa</i>
Un centésimo $1/100$	<i>Patakachjatanana mayapa</i>
Un milésimo $1/1.000$	<i>Waranqhachjatanana mayapa</i>

Fuente: Elaboración propia.

## 10. Lenguaje matemático fraccionario aimara

Para conducir el proceso del aprendizaje de la matemática, en concreto en la enseñanza de las capacidades sobre números fraccionarios, es importante que el docente maneje un vasto léxico sobre tipos de fracciones, por lo que se presenta:

**Tabla 51**  
**Tipos de fracciones**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Fracción	<i>Pachja, jaľjata, p'aki</i>
Fraccionar	<i>Pachjaña, p'akiña, jalanaqaña</i>
Fracciones	<i>Pachjatanaka</i>
Fracciones equivalentes	<i>Kikpachjatanaka</i>
Fracciones homogéneas	<i>Kikipjaľjatanaka, kikchja pachjatanaka</i>
Fracciones heterogéneas	<i>Maychjapachjatanaka, kitutjaľjatanaka</i>
Fracción impropia	<i>Janchiqsa pachjata, janchiqsajaľjata</i>
Fracción propia	<i>Chiqsa pachjata, chiqsajaľjata</i>
Fracción irreductible	<i>Janijik'aptiri jaľjata</i>
Fracción mixta	<i>Chhaxrutjaľjata</i>

Fuente: Elaboración propia.

Se reafirma la carencia de términos matemáticos aimaras en lo referente a las fracciones, en este estado no se podrá trabajar la matemática interculturalmente. Recordemos que, en la lengua castellana, el tema de fracciones y decimales requieren de un amplio vocabulario para ser

comprendidos, pero de acuerdo a esta investigación podemos darnos cuenta que el componente de los decimales y fracciones es el talón de Aquiles de la lengua aimara en lo que se refiere a la matemática, al menos por ahora.

### 11. Número decimal: *Tunkaqa jakhu*

Es un número racional expresado mediante una parte entera y una parte decimal, separados por la coma. En aimara, la palabra decimal quiere decir *tunkaqa*.

Los números decimales tienen dos partes separadas por una coma. A la izquierda de la coma están las cifras de las unidades, decenas, centenas, se les llama parte entera, a la derecha de la coma están las cifras de las décimas, centésimas, milésimas y se les llama parte decimal.

**Tabla 52**  
**Términos de los números decimales**

<b>NÚMERO DECIMAL</b>	<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
...	Decimal	<i>Tunkaqa</i>
...	Número decimal	<i>Tunkaqa jakhu</i>
...	Numeración decimal	<i>Tunkaqa jakhuchawi</i>
0, 1	Un décimo	<i>Tunkiri, tunkachjata</i>
0, 01	Un centésimo	<i>Patakachjata</i>
0, 001	Un milésimo	<i>Waranqhachjata</i>
...	Unidades	<i>Mayanaka, mayachanaka</i>
...	Decenas	<i>Tunkayri, tunkachanaka</i>
...	Centenas	<i>Patakachanaka</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

De acuerdo a los antecedentes revisados, tanto por GÓMEZ<sup>65</sup> como por LAYME<sup>66</sup>, ambos de nacionalidad boliviana, la palabra “décimo” equi-

65 DONATO GÓMEZ BACARREZA. *Diccionario aymara*, 2.ª ed., La Paz, Imprenta del Instituto de Estudios Bolivianos, 2004.

66 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

vale a *tunkiri*, sin embargo, para el Ministerio de Educación del Perú, equivale a *tunkachjata* que en castellano sería “dividido” o “partido a diez”. Entonces, si adoptamos *tunkachjata*, por deducción tendríamos centésimo = *patakachjata* y milésimo = *waranqhachjata*:

- 0,5                    *phisqa tunkachjata*
- 0,04                   *pusi patakachjata*
- 0,003                 *kimsa waranqachjata*
- 0,17                   *tunka paqallqu patakachjata*

#### V. AYMARA SALTATUQITA: ETNOGEOMETRÍA AIMARA

El vocablo que mejor expresa el término “geometría” (del griego medida de la tierra) es *saltatuqita*, según el Ministerio de Educación, aunque se prefiere optar por *pacha tupuña*, cuyo significado es más próximo al término castellano: *pacha* = tierra, espacio y *tupuña* = medida; en suma, medida de la tierra o espacio.

Estudiosos como PACHECO<sup>67</sup>, asumen el concepto, desde el ángulo semántico, con la conjunción de etnología + geometría, así se trata del estudio y conocimiento de la geometría bajo el aspecto cultural de los pueblos comparando sus afinidades de antropología cultural o social y de los lazos de civilización que los caracteriza. Además, se toma el sentido semiológico del concepto porque los códigos que encierra la composición del nombre, refiere al pueblo, a la gente de todos los días y por ende, hacen una práctica diaria de la aplicación geométrica todas sus actividades cotidianas. Es más:

Mientras en la etnomatemática, los etnomatemáticos intentan describir el mundo matemático, como los otros lo ven. Etnogeometría, no es el intento de describir cómo las ideas se ven a través de los otros; muy al contrario, fue y es la generadora no sólo de ideas que todos –etnomatemáticos o no– ven. Tiene una inmanencia permanente. Es el material que inspira a la etnomatemática, estudiar la historia a partir de la geometría sea ésta euclidiana o no<sup>68</sup>.

---

67 OSCAR PACHECO RÍOS. *CO50: Ethnogeometria*, disponible en: [<http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/CO50.html>].

68 Ídem.

La etnogeometría permite que la etnomatemática pueda crear un puente entre la matemática y las ideas (conceptos/prácticas) de otras culturas. Por tanto, es esencial puesto que permite trabajar con realidades tangibles para luego realizar abstracciones (formular conceptos crear teoremas o fórmulas sobre equicomposición de poliedros, al observar los muros de las ruinas incaicas) con una nueva perspectiva, por ejemplo.

Esta disciplina forma parte *in situ* del devenir de los hombres y mujeres, en sus relaciones socioculturales e interrelaciones económicas. Más aún, las civilizaciones cuentan con grandes monumentos arquitectónicos que ponen en evidencia los grandes dominios sobre las ciencias, no solo geométricas, también hay un amplio conocimiento sobre física e ingenierías.

#### *– La etnogeometría aimara en la agricultura*

Hasta el momento, se ha descrito a las disciplinas más representativas dentro del marco natural de la vida diaria en los pobladores aimaras, por eso la etnogeometría se manifiesta en distintos aspectos o dinámicas sociales, tal es el caso de la agricultura. De forma particular, los triángulos y rectángulos significan chacras de habas y cebadas, los pentágonos, chacras de quinua; el cuadrado, chacra de papa; el triángulo isósceles, chacras de habas. Los colores de la textilera expresan las flores de las plantas y la existencia de lagos y ríos. De esta manera, en los distritos de Muñani, José Domingo Coquehuanca, Pucara y Tirapata, expresan su contexto en sus cerámicas.

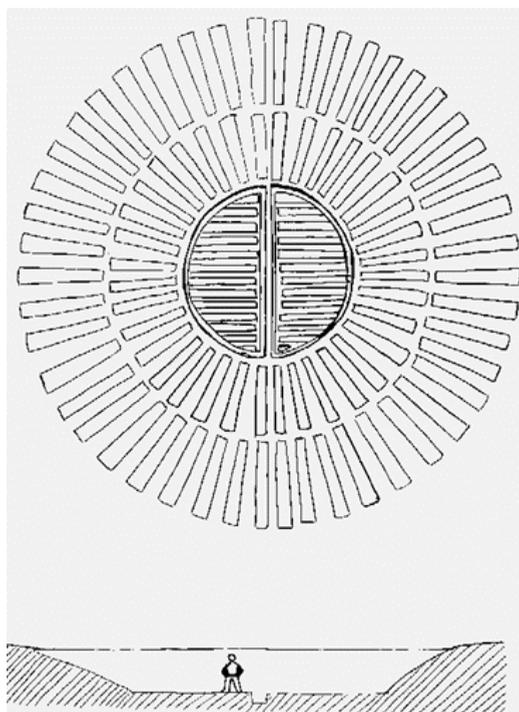
ARIAS<sup>69</sup>, sostiene que según informaciones recogidas de tejedoras (*sikupumawqa-Moho*) las primeras figuras en conjunto expresarían unidades de terreno de la comunidad. En particular, los triángulos rectángulos significan chacras de habas y cebadas, los pentágonos significan chacras de quinua y cañihua, el cuadrado o rectángulo significan chacras de papas, el triángulo isósceles (parte inferior) significa chacras de habas. Los pequeños rombos y la pequeña circunferencia dentro de estas figuras geométricas, de la segunda figura, significarían que son chacras a punto de ser cosechadas. La ausencia de éstas, significa-

---

69 ARIAS MEJÍA. *Etnomatemática en la escuela primaria*, cit.

ría unidades de terreno aún por prepararse. Por último, el autor indica que, la circunferencia en el interior del cuadrilátero significa producto base y de consumo universal. Así, aún en la actualidad, sobre todo en las tierras comunales, es posible observar distribuciones geométricas. Las formas geométricas son observables también en la tecnología hidráulica desarrollada por las culturas andinas, incluida la aimara. La construcción de las *qutañas* (pequeñas lagunas artificiales) se basan en figuras geométricas como la circunferencia, el rectángulo.

**Figura 40**  
***Muyu qutaña* (laguna circular)**



*Fuente:* Elaboración propia.

En el altiplano puneño existen varias áreas o territorios con tradición textil, por ejemplo, Carabaya, Sandía, Lampa, Ayaviri, Capachica, Amantaní, Taquile, Huancané, Cojata, Chuchito y Juli, en donde se han hecho estudios descriptivos y de identificación alrededor de los moti-

vos, por lo que se procedió a escribir los nombres de las figuras como: *sacha, arko, palka, kalla waya* y muchos más<sup>70</sup>.

Al respecto FÉLIX TITO ANCALLE (cit. en ZARIQUIEY)<sup>71</sup> indica que la etnogeometría en los tejidos practicados por los comuneros de Eskenacachi, del Norte de Potosí, Bolivia manifiesta un sistema matemático específico que está delimitado por la realidad cultural y económica. En este contexto, la geometría, en sus diferentes dimensiones, permite diseñar una variedad de figuras y formas, pues resalta las escenas y motivos que emergen producto del quehacer cotidiano del grupo humano. Además:

Los dibujos o diseños en los tejidos contienen la imagen y el significado de los elementos y conceptos del mundo natural, sobrenatural y cósmico en que vive la familia altiplánica. La actividad del tejido tiene múltiples relaciones que están conectadas a las actividades del pastoreo y labores agrícolas respectivamente<sup>72</sup>.

Las figuras geométricas más tradicionales representadas en el poncho son: el rectángulo que aparece en los aguayos (*llikllas*), que forman cadenas, las que, a su vez son paralelas de tamaño y grosor iguales. El rombo en los *phullus* que está diseñado de manera perfecta, los cuadrados y los triángulos aparecen y forman bandas muy delgadas con colores que resaltan su forma, los hexágonos se aprecian como adorno dentro de las bandas de colores, mientras que los círculos y los trapecios son escasos. Las formas y posiciones de las figuras geométricas se observan principalmente en el tejido de *llikllas* (aguayo). Las bandas de colores unas con otras forman rectas paralelas; en las bandas delgadas se observan los paralelogramos y diseños de flores multicolor<sup>73</sup>.

---

70 JUAN PALAO BERASTAÍN. *Etnohistoria del altiplano de Puno*, Puno, Perú: CARE y Dirección Regional Ministerio de Educación, 2005, p. 78.

71 ROBERTO ZARIQUIEY (ed). *Actas del V Congreso Latinoamericano de Educación Intercultural Bilingüe "Realidad multilingüe y desafío intercultural: ciudadanía, política y educación"*, Lima, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2003.

72 PALAO BERASTAÍN. *Etnohistoria del altiplano de Puno*, cit., p. 78.

73 ZARIQUIEY (ed). *Actas del V Congreso Latinoamericano de Educación Intercultural Bilingüe "Realidad multilingüe y desafío intercultural: ciudadanía, política y educación"*, cit., p. 382.

## A. Elementos de la geometría

Los elementos de la geometría son: recta, semirrecta y segmento. Las denominaciones en aimara de estos elementos están en relación comunicativa con la propuesta del MINEDU.

**Tabla 53**  
**Su nomenclatura**

CASTELLANO	AIMARA
Geometría	<i>Saltatuqita</i>
Recta	<i>Chiqaki</i>
Semirrecta	<i>Chikchiqaki</i>
Segmento	<i>Chimputchiqaki, chimputasich'i</i>
Punto	<i>Ch'aqa</i>
Rectas paralelas	<i>Jikiwischiqakinaka, kiksa chiqakinaka</i>
Rectas secantes, cruzadas	<i>Chakanata, chiqakinaka</i>
Rectas perpendiculares	<i>Sayxatatchiqakinaka, Chakata chiqakinaka</i>

Fuente: Elaboración propia.

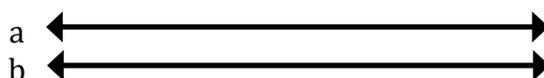
### 1. Recta (*chiqaki*)

*Chiqaki* o la recta es un conjunto infinito de puntos que se extiende de manera indefinida hacia ambos sentidos. Uno de los cuales divide una recta en dos semirrectas.



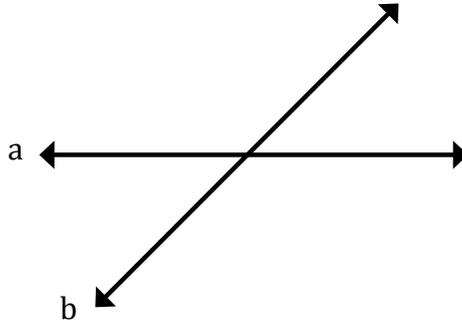
#### – Rectas paralelas (*jikiwischiqakinaka*)

Se da cuando no tienen ningún punto en común. Son rectas que nunca se cortan, aunque se prolonguen. En aimara equivale a *jikiwischiqakinaka* o *kiksa chiqakinaka*.



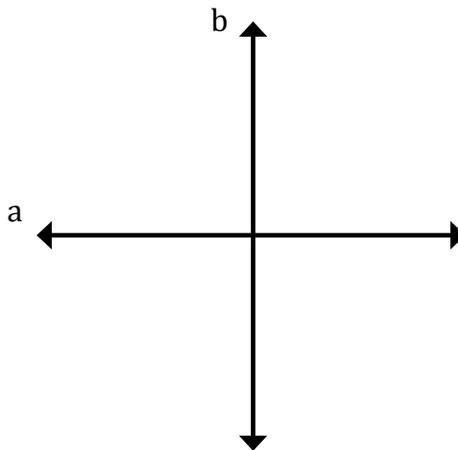
– Rectas secantes (*chakanata, chiqakinaka*)

Son las que tienen un punto en común, es decir, se cortan. En aimara, este tipo de recta, se denomina *chakanata* o *chiqakinaka*.



– Rectas perpendiculares (*sayxatatchiqakinaka*)

Son rectas secantes que forman ángulos rectos. Se le suele denominar *chakata chiqakinaka*, pero también es válido el término *sayxatatchiqakinaka*.



## 2. Semirrecta (*chikchiqaki*)

Es análogo a la trayectoria de un auto que arranca y sale, pero nunca se detiene, cuya denominación en aimara es *chikchiqaki*. Este tipo de recta es muy usual en los tejidos aimaras.



## 3. Segmento (*chimputchiqaki*)

Es un trozo de recta limitado por dos puntos llamados extremos. *Chimputchiqaki* es la palabra más empleada.



## 4. Ángulos (*k'uchunaka*)

El ángulo es la unión de dos semirrectas que tienen un extremo común. Dentro del tema de los ángulos es necesario conocer las denominaciones de los distintos tipos de ángulos. El término ángulo en aimara es *k'uchu*. Sin embargo, hay otros términos: *q'ichu* y *chuqila*. De acuerdo a GALLEGO en su obra *K'isimira 2: Vocabulario temático aimara*, la mejor denominación es *churu*<sup>74</sup>.

Los ángulos se pueden observar en la arquitectura aimara (*chullpas*), en cerámicas y tejidos.

**Tabla 54**  
**Tipos de ángulos**

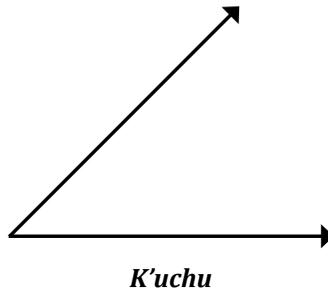
CASTELLANO	AIMARA
Ángulo	<i>K'uchu, q'ichu, chuqila, churo</i>
Ángulo agudo	<i>K'ullku k'uchu</i>
Ángulo recto	<i>Chiqa k'uchu, chiqapa k'uchu</i>

74 SATURNINO GALLEGO. *K'isimira 2. Vocabulario temático aimara*, La Paz, Bolivia, Edit. Bruño - Hisbol, 1994, p. 53.

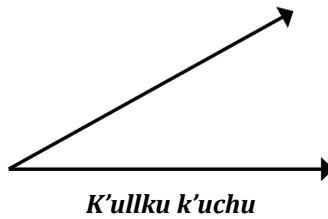
Ángulo obtuso	<i>Jist'arata k'uchu</i>
Ángulo llano	<i>Jant'akuta k'uchu</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

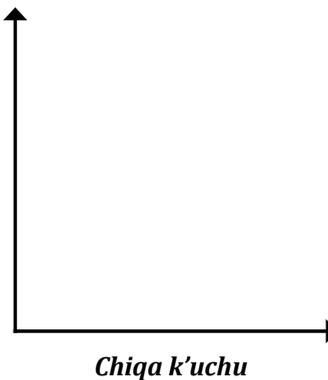
A continuación, se hace un listado de los tipos de ángulos con sus respectivos nombres en aimara:



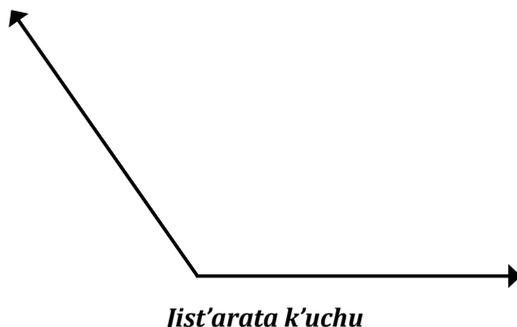
a) Ángulo agudo (es menor de 90°)



b) Ángulo recto (es igual a 90°)



c) Ángulo obtuso (es mayor de 90°)



El transportador, *k'uchu tupuña*, (MINEDU) es un instrumento que permite medir ángulos.

#### VI. TUPUÑANAKA: UNIDADES DE MEDIDA

Se hallaron dos términos: *tupuñanakataki* y *tupuñanaka*. El primero quiere decir “lo que es o lo que sirve para medir o para realizar mediciones”. Aunque la denominación correcta para “unidades de medida” y no unidades para medir, es la segunda. Por otro lado, el Sistema Internacional de Medidas comprende las unidades de superficie, longitud, volumen, masa y tiempo. Las denominaciones en aimara se aprecian en el siguiente cuadro:

**Tabla 55**  
**Terminología**

TIPO	UNIDAD DE MEDIDA	
	CASTELLANO	AIMARA
Unidad de longitud	Metro	<i>Mitru</i>
Unidad de volumen	Litro	<i>Litru</i>
Unidad de masa	Gramo	<i>Ramu</i>
Unidad de tiempo	Hora	<i>Uruyt'a, ura</i>

*Fuente:* Elaboración propia.

Metro en aimara es *mitru*; litro, *litru*; gramo, *ramu y*; hora, *uruyt'a*. Sin duda estas denominaciones son simplemente refonologizaciones, en otras palabras, no son originarias del aimara, pero con el tiempo se han vuelto de uso masivo y común en la actualidad por hombres y mujeres en las comunidades.

### *A. Medición de superficies en el mundo aimara ancestral*

Por superficie se entiende a todo espacio plano, que está comprendido por unidades de metros cuadrados. A pesar de contar con una terminología análoga a los términos españoles, el aimara cuenta con conceptos y términos propios creados de su cultura.

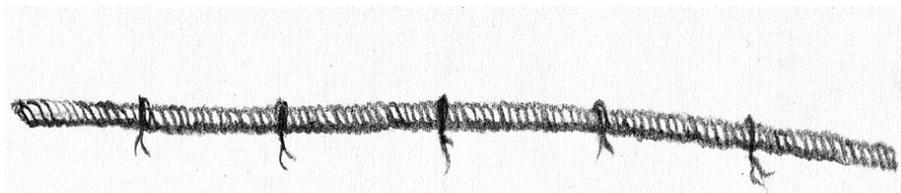
El hombre aimara, en escasos siglos de desarrollo, no solo fue capaz de usar instrumentos rústicos como unidades de medida, sino que creó ingeniosas técnicas que perduran aun hasta nuestros días, sobreviviendo a 500 años de etnocidio e intentos de trasplante cultural ideológica. En síntesis, los aimaras medían en su mayoría, los terrenos de sembrío, sus habitaciones, sus hilados y sus tejidos. Para la diferenciación de los grupos de animales domésticos, utilizaban signos matemáticos con colores, por ejemplo, el dueño realiza la señalización de todas sus ovejas de un solo color, el mismo signo de numeración arábiga utilizado en la actualidad, porque en sí son ya una construcción matemática. En los tiempos antiguos, las colindancias se marcaban mediante chutas, así se sabía desde dónde era determinado terreno. Las chutas se pueden apreciar actualmente en las comunidades como ayuda para la separación de límites entre terrenos familiares.

A medida que los años avanzan, la matemática aimara avanza en su crecimiento hasta llegar a lo que son: *chilqi*, *chikata chilqi*, *wara*, *mujlli*, *ma takxata*, *chhiya*, *t'axlli*, *wiku*, *luk'ana*, entre otras formas de medición del espacio. Después, ya con la llegada de los españoles, aparecen otras unidades de medida más exactas, como el metro, el centímetro, el milímetro y otras. Respecto a la medición del tiempo, hubo también técnicas e instrumentos de control, por ejemplo, tenemos a la *intiwatana* que servía para medir el tiempo (*chhika uru*), cuya efectividad se puede comprobar al hacer una comparación con el reloj. En suma, hubo muchos instrumentos para medir; se medía con la pita, se controlaba con la piedra.

## 1. *Phala*: Medición con la sogá

Es una sogá muy bien confeccionada de paja o chilliwa (planta que crece en abundancia en el altiplano puneño), entrelazada de varias porciones de esta planta, comúnmente utilizado en las actividades ganaderas y agrícolas: amarre de ganado vacuno, ovino, o de paja o totora. Este objeto sencillo pero útil a la vez, representa un salto en el uso de técnicas de medición de longitudes, pues se considera que es un instrumento que ofrece mayor confiabilidad en la obtención de medidas exactas en comparación de otras más rudimentarias. En la práctica, además de servir como objeto para amarrar a los animales, según la narración de la profesora LUZMILA QUISPE HUAYCANI (Ilave - El Collao) fue un instrumento de medida de longitudes, hecha de acuerdo a las medidas aimaras como *wiku*, *luqa* o *wara*. Con este instrumento, que se asemeja a la *wincha* o cinta métrica, las técnicas de medida se hicieron más exactas de controlar, pues ya no había lugar a variaciones ni arbitrariedades. Las medidas como *wiku*, *chiya* y otras por sí solas no ofrecen confianza, pues al ser usadas por diferentes personas los resultados podían variar debido a que algunos tienen los dedos, brazos o pies más largos o grandes que otros.

**Figura 41**  
***Phala* con medidas**



Fuente: Elaboración propia.

## 2. *Kawuya*

En la repartición de terrenos en las comunidades campesinas del mundo andino, es de conocimiento general que no se utilizó ni se utiliza el metro o la calculadora, sino medidas, bien arbitrarias, muy efectivas y funcionales, ingeniadas por su propia gente. Estas técnicas por mu-

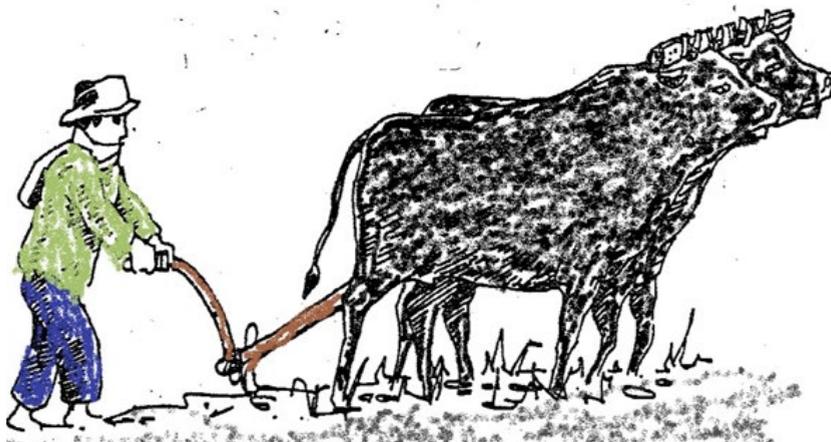
chos siglos han ayudado a los aimaras a llevar una vida matemática organizada. Además de la *phala*, los andinos utilizaron las *kawuyas*, para efectuar mediciones de terrenos de uno a otro extremo cuando se realizaban reparticiones de este, tanto para largo como para ancho. Este instrumento, a diferencia del primero es confeccionado de lana de animales, lo que hacía que su cuerpo presente una mayor flexibilidad durante su manipulación.

La técnica consistía en extender la *kawuya* de extremo a extremo del terreno y luego doblarlas en las partes que fuera necesario dividir. La división de la *kawuya* solo consiste en igualar las partes en que se desea, si son cuatro en cuatro o si son tres en tres; dependiendo de la necesidad e interés del hombre.

### 3. *Yugada* o yunta

En el mundo aimara, como manifiestan la profesora ANA AMALIA DORIS MARCA VIDAL (Ilave) y el profesor JOAQUÍN FLORES GONZALO (Comunidad Ccopamaya - Ilave), había conocimiento de técnicas para la medición de terrenos, pues las áreas se medían con las yuntas de ganados o la yugada.

**Figura 42**  
**Yunta**



*Fuente:* Elaboración propia.

Consiste en la totalidad del área de terreno arado (trabajado) por la capacidad de una yunta (dos toros) en un día, este proceso nos da un equivalente a una yunta. Es una manera usada para llevar control sobre la dimensión de áreas labradas, pero también mide las dimensiones de terrenos para ocasiones de herencia, permuta o simplemente cultivo. Por ejemplo, dependiendo de la extensión de un terreno, el sembrado se podía terminar en medio o un día con la ayuda de la yunta, a ello se le conoce yunta de trabajo (*mä yunta luratawa, pä yuntawa*).

Una yugada	<i>Mä yunta</i>
Dos yugadas	<i>Pä yunta</i>
Tres yugadas	<i>Kimsa yunta</i>
Cuatro yugadas y medio	<i>Pusi chikani yunta</i>

Si una persona ara una extensión de terreno durante dos días, entonces, esta persona habría arado dos yugadas de terreno. Es de esta manera como los hombres de los andes medían sus tierras en base a los medios de trabajo de la chacra.

#### 4. *Iqa*

Es el lazo suelto para cuantificar una superficie o la parcela del terreno. Hoy, dentro del pueblo de Umasuyu, a la parcela de terreno se le denomina *Iqa* e *Iqta*. Por ejemplo, si se desea saber cuál es la totalidad de terreno que tiene una persona o familia, se dice *Mä iqa, kimsa iqa, tunka iqa*, entre otros.

#### 5. *Wakiña*

Hay quienes la denominan *chikaña*, como en la comunidad de Soraya, provincia El Collao. Consiste en el pacto que realizan dos personas en el campo, una que tiene terreno y otra que no, el que no tiene debe poner solo la semilla para la siembra, más el dueño del terreno adiciona fertilizantes, en este acto compartido inician el cultivo, para al final compartir el producto.

## 6. Masa

Es la superficie de terreno preparado por el hombre (dos varones y una mujer) durante un día de trabajo (de 7 a 12 m. y de 1 a 4 p.m.)<sup>75</sup>.

**Figura 43**  
**Descripción gráfica**



*Fuente: VILLAVICENCIO UBILLÚS. Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas... cit., 1983.*

## 7. Tupu (legua)

Una unidad de medida ergonómica de superficie, de manera que una legua equivale a cinco kilómetros aproximadamente, por ejemplo:

De Yunguyo a Pomata existen cinco *tupus* o leguas.

De llave a Acora existen cinco *tupus* o leguas.

De Puno a llave hay diez *tupus* o leguas.

---

<sup>75</sup> VILLAVICENCIO UBILLÚS, MARTHA. *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas... cit.*, p. 112.

## 8. *Suka* (surco)

Esta medida se usa para la medición de terrenos pequeños. Durante temporadas agrícolas son repartidos por el número de surcos o *suka*, por ser bastante extensas<sup>76</sup>. Por ejemplo, un terreno (*chacra*) de 18 surcos, puede ser dividido en tres, tocándole a cada persona seis surcos.

## 9. *Phit'u*

Es una medida de terreno usada cuando aquel es longitudinalmente prolongado y de ancho reducido. Básicamente, consiste en “dividir terrenos lineales en dos o tres partes”<sup>77</sup>. Es la fracción que resulta de la partición.

### *B. Medidas de longitud*

En el siguiente cuadro se clasifica las principales y sus correspondencias dentro del plano de la etnomatemática.

**Tabla 56**  
**Las longitudes**

<b>CASTELLANO</b>	<b>AIMARA</b>
Palmada	<i>T'axlli</i>
Paso	<i>Chillqi</i>
Pie	<i>Kayu</i>
Pulgada	<i>Tayka luk'ana tupu</i>
Jeme	<i>Wiku</i>
Vara	<i>Wara</i>
Codo	<i>Mujlli</i>
Cuarta	<i>Chhiya</i>

76 FRANCISCA ELENA YUCRA YUCRA. “Los conocimientos etnomatemáticos y etnolingüísticos como herencia cultural de los aimaras del distrito de Pomata - Puno” (tesis de maestría), Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, 2006, disponible en: [<http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/710>], p. 87.

77 Ídem.

Lak'u	?
Brazada	Luqa

Fuente: Elaboración propia.

### C. Medición de masa

#### 1. *Jach'i* (puñado)

Es una medida de capacidad o cálculo de masa donde se usa la mano. El resultado es fruto de ejecutar una especie de agujero con la palma de la mano y el apoyo de los dedos. La cantidad que contenga es la medida. Con esta técnica se calcula la cantidad de frutos, de vegetales, los granos del trigo o de la quinua, entre otros más. Su peso está calculado entre 200 a 250 gramos, según el producto.

#### 2. *Phuxtu* (doble puñado)

Se vale de la palma de las ambas manos. Es útil para medir granos (trigo, cebada, avena), harinas, papas, chuño u otros de mayor cantidad que el puñado. En español equivale a decir doble puñado. La cantidad aproximada es de 600 gramos.

#### 3. *Qutu* (montón)

Es un pequeño montón o porción de algún producto alimenticio (papa, chuño, kaya, oca, izaño, cebada, etc.) que se dispone sobre una manta (*unkuña*) extendida en el suelo. Se expende en el suelo para ser cambiado por otros productos. La determinación del montón se puede realizar al cálculo (*tantiyu*) o apoyado del *phuxtu*, *jach'i* o *chuwa*. Su peso equivale a un kilogramo.

#### 4. *Tupilla*

Llamado también *tupillo* es una bolsa para guardar y trasladar alimentos en mediana cantidad a comparación del *tupu*, se guardan productos como trigo, habas, avena, cebada, papa y otros, se usa para intercambiar carne. Es una bolsa hecha con lana de llama en cuyos bordes hay

nudos que señalan la medida, estos nudos dividen la bolsa en cuatro partes. Por ejemplo, para una pierna de carne de alpaca se deben entregar cuatro *chhiyas* de papa.

**Tabla 57**  
**Unidades de medición de masa**

CASTELLANO	AIMARA
Pesar	<i>Waytaña</i>
Masa	<i>Jathi</i>
Onza	<i>Warku</i>
Libra	<i>Liwra</i>
Quintal	<i>Kintala</i>
Tonelada	<i>Karma</i>
Arroba	<i>Aruwa</i>
Balanza	<i>Chikama</i>
Peso	<i>Jathi</i>
Cantidad	<i>Jukha</i>

Fuente: Elaboración propia.

## VII. YATICHANÑA YĀNANAKA: MATERIALES EDUCATIVOS

En el área lógico-matemática se deben usar materiales estructurados y no estructurados como los bloques lógicos, regletas de Cousinaire, material multibase, juegos de mesa (ajedrez, damas, dominó, bingo, etc.), material de origen nativo (*yupana*, *taptana*) y materiales no estructurados (pedrecillas, semillas, palitos, botellas descartables), en sí todo recurso existente en el medio. Es necesario conocer en aimara los nombres de estos recursos pedagógicos utilizados en el transcurso del aprendizaje matemático, razón por la que a continuación se presentan los más usados:

Calendario	<i>Pachachimpu</i>
Compás	<i>Muyuchiri, Kumpasa</i>
Cruz	<i>Chakana</i>
Horario	<i>Urut'aqa</i>

Cartel o lota	<i>Laphilla</i>
Mapa	<i>Suyujana</i>
Objeto o cosa	<i>Yä</i>
Computadora	<i>Atamiri (Neolog.)</i>
Laberinto	<i>Chinkana</i>
Contador	<i>Jakhuri</i>
Balanza	<i>Jathi tupuña, Chikana</i>
Anillo	<i>Sipi</i>
Almanaque	<i>Marawata, Pacha jakhuña</i>
Ajedrez	<i>Kumisiña<sup>78</sup></i>
Ábaco	<i>Jakhuña<sup>79</sup></i>
Transportador	<i>K'uchu tupuña, Churutupuña</i>
Papel	<i>Jana</i>
Puntero	<i>Wikuchlawa</i>
Regla	<i>Chiqanchaña, Chiqayiri, Siq'iña</i>
Cuaderno	<i>Qillqa panka</i>
Borrador	<i>Qillqa chhaqtayiri</i>
Papel	<i>Qillqaña laphi</i>
Libro	<i>Panka</i>
Hoja	<i>Laphi</i>
Regla	<i>Chikt'ayiri</i>
Pizarrón	<i>Qillqapirqa</i>
Banco	<i>Qunuña</i>
Tijera	<i>Khuchhuña</i>
Color	<i>Sami</i>
Pegamento	<i>Lip'iña</i>
Aula	<i>Yatiñutamanqha</i>
Biblioteca	<i>Ullañuta</i>

---

78 BERTONIO. *Transcripción del vocabulario de la lengua aymara: 1612*, cit.

79 LAYME PAIRUMANI. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, cit.

Profesor	<i>Yatichiri</i>
Diccionario	<i>Arupirwa</i>
Escuadra	<i>Sinillchiqachaña</i>
Guía	<i>Kunkachiri</i>
Hoja	<i>Laphi</i>
Lámina	<i>Amuqlaphi</i>
Tajador	<i>Khituña</i>
Títere	<i>Tuminkillu</i>
Tiza	<i>Pachacha</i>
Centavo	<i>Sinsillqullqi</i>
Dinero	<i>Qullqi</i>
Moneda	<i>Qullqi</i>
Precio	<i>Chani, Waqi</i>



**CAPÍTULO CUARTO**  
**CONOCIMIENTO DE LA ETNOMATEMÁTICA AIMARA EN LOS**  
**DOCENTES DE LAS PROVINCIAS DE MOHO Y EL COLLAO**  
**EN EL DEPARTAMENTO DE PUNO, 2008**

Esta investigación tiene como objetivo central establecer cuáles son los indicadores de conocimiento sobre etnomatemática aimara en los docentes que cuentan con una especialización en educación bilingüe e intercultural, razón por la cual el estudio tiene un diseño descriptivo comparativo. Además, se trabajó con una población de 198 docentes de aula de las instituciones educativas primarias de habla aimara y de carácter intercultural de las Unidades de Gestión Educativa Local de El Collao y Moho en el departamento de Puno, quienes se sometieron a la aplicación de un cuestionario de 20 reactivos con respuesta tipo alternativo-opcional.

Se llega a la conclusión de que el nivel de conocimiento etnomatemático aimara, pese a la realización de capacitaciones constantes por parte del Ministerio de Educación y las especializaciones efectuadas a iniciativa propia sobre EBI, es *regular* tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de El Collao como en los de Moho en el departamento de Puno durante el año 2008. La mayor fortaleza de la etnomatemática aimara está en el conocimiento sobre organización del espacio y medianamente, en números, numeración y unidades de medida. Mientras que la debilidad está en el conocimiento sobre fracciones, decimales y la etnogeometría.

## I. HIPÓTESIS GENERAL

El nivel de conocimiento de la etnomatemática aimara, al considerar que la capacitación recibida de parte de los entes e instituciones capacitadores del Ministerio de Educación del Perú y la especialización realizada a iniciativa propia, es bueno tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de El Collao como de Moho en el 2008.

## II. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- H1. El nivel de conocimiento sobre organización del espacio es regular tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de Moho como El Collao.
- H2. El nivel de conocimiento sobre números y numeración es regular tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de Moho y El Collao.
- H3. El nivel de conocimiento sobre operaciones básicas es regular tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de Moho y El Collao.
- H4. El nivel de conocimiento sobre fracciones y decimales es deficiente tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de Moho y El Collao.
- H5. El nivel de conocimiento sobre geometría es regular tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de Moho y El Collao.
- H6. El nivel de conocimiento sobre unidades de medida es regular tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de Moho y El Collao.

### III. OBJETIVOS

#### *A. General*

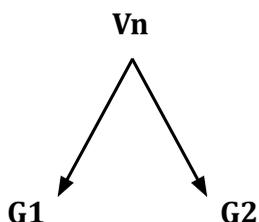
Determinar el conocimiento sobre etnomatemática aimara que los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales ubicadas en Moho y El Collao, pertenecientes al departamento de Puno, durante el 2008.

#### *B. Específicos*

- Sistematizar el conocimiento matemático aimara en sus dimensiones: organización del espacio, números y numeración, operaciones básicas, fracciones y decimales, geometría y unidades de medida.
- Identificar el nivel de conocimiento sobre organización del espacio en los docentes de las provincias de Moho y El Collao.
- Precisar el nivel de conocimiento sobre números y numeración en los docentes de las provincias de Moho y El Collao.
- Establecer el nivel de conocimiento sobre operaciones básicas en los docentes de las provincias de Moho y El Collao.
- Identificar el nivel de conocimiento sobre fracciones y decimales en los docentes de las provincias de Moho y El Collao.
- Precisar el nivel de conocimiento sobre geometría en los docentes de las provincias de Moho y El Collao.
- Establecer el nivel de conocimiento sobre unidades de medida en los docentes de las provincias de Moho y El Collao.

#### IV. TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

A razón de que el estudio busca medir y comparar cuantitativamente la variable conocimiento de la etnomatemática aimara entre las poblaciones de estudio, la investigación es de tipo descriptivo y el diseño es descriptivo comparativo. Su representación gráfica es la siguiente:



La investigación se orienta a este diseño debido a que comparó los resultados del nivel de conocimiento sobre etnomatemática aimara en los docentes que laboran en el marco de la educación intercultural.

#### V. POBLACIÓN Y MUESTRA

La población del estudio está conformada por 189 examinados, docentes de las instituciones educativas primarias de habla aimara y de carácter intercultural de los ámbitos de la Unidad de Gestión Educativa Local de El Collao y de Moho, ubicados en el departamento de Puno. Por el grado de representatividad de los resultados, el estudio no acude al proceso de muestreo, pues la cantidad de docentes que conforman la población es mínima.

**Tabla 58**  
**Población de investigación: docentes de la unidad de gestión educativa local de Moho y El Collao, 2008**

UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA LOCAL DE EL COLLAO - PUNO	NÚMERO DE DOCENTES		UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA LOCAL DE MOHO - PUNO	NÚMERO DE DOCENTES	
	N.º	%		N.º	%
IEP n.º 70317 Churo Maquera	4	4	IEP n.º 72391 Occopampa	3	3,1
IEP n.º 70319 Mañazo	2	2,2	IEP n.º 72370 Sullca	5	5,2
IEP n.º 70322 Chucaraya	2	2,2	IEP n.º 72360 Huayrapata	4	4
IEP n.º 70325 Jch. Huaraco	5	5,4	IEP n.º 72603 Llaulli	2	2,1
IEP n.º 70331 Huariquisana	2	2,2	IEP n.º 72365 Mallcusuca	2	2,1
IEP n.º 70346 Challacollo I	2	2,2	IEP n.º 72367 Canbria	3	3,1
IEP n.º 70347 Cop. Chilacollo	4	4	IEP n.º 73006 Camsani Paru	2	2,1
IEP n.º 70349 Urani	2	2,2	IEP n.º 72411 Queallani	1	1
IEP n.º 70350 Pichincuta	3	3,3	IEP n.º 72538 Lipichi Karka	1	1
IEP n.º 70351 Senka	1	1,1	IEP n.º 72389 Jacha Jaa	3	3,1
IEP n.º 70353 Ancoamaya	3	3,3	IEP n.º 72403 Ollaraya	1	1
IEP n.º 70354 Pusuyo	2	2,2	IEP n.º 72410 Tintiliza	2	2,1
IEP n.º 70355 Ccaccata	3	3,3	IEP n.º 72368 Lloquesani	2	2,1
IEP n.º 70359 Coraraca	2	2,2	IEP n.º 72416 Huancacucho	3	3,1
IEP n.º 70360 Simillaca	2	2,2	IEP n.º 72396 Chañajari	2	2,1
IEP n.º 70364 Chiramaya	2	2,2	IEP n.º 72386 Jipata Jacha Jaa	3	3,1
IEP n.º 70365 Huarahuarani	2	2,2	IEP n.º 72358 Huaraya	5	5,2
IEP n.º 70372 Collata	2	2,2	IEP n.º 70654 Mulluchini	3	3,1
IEP n.º 70373 Huancarani	2	2,2	IEP n.º 72399 Sico Pomaoca	1	1
IEP n.º 70374 Huinihuinini	3	3,3	IEP n.º 73023 Wisachata	2	2,1
IEP n.º 70375 Compacas	3	3,3	IEP n.º 72392 Altos Huayrapata	3	3,1
IEP n.º 70376 Vilca Turpo	4	4	IEP n.º 72541 Anta Alta	2	2,1
IEP n.º 70377 S. P. Huayllata	3	3,3	IEP n.º 72394 Mallcusuca Central	3	3,1
IEP n.º 70378 Ccallachoco	2	2,2	IEP n.º 72401 Jacha Pomaoca	1	1
IEP n.º 70383 Sancuta	2	2,2	IEP n.º 72414 Quequerana	3	3,1
IEP n.º 70385 Sacari Peñaloza	3	3,3	IEP n.º 72355 Conima	6	6,2
IEP n.º 70661 Choque	4	4	IEP n.º 72377 Huata	2	2,1

*El valor de la formación en etnomatemática aimara para docentes en Puno, Perú*

IEP n.º 70685 Chojñachojñani	4	4	IEP n.º 72371 Chujucuyo	2	2,1
IEP n.º 70712 Lopez	4	4	IEP n.º 72524 Totorani	2	
IEP n.º 70722 Pantihueco	2	2,2	IEP n.º 72397 Chipoconi	3	
IEP n.º 70723 Checachata	5	5,4	IEP n.º 72384 Suyo Occopampa	3	
IEP n.º 70728 llave	2	2,2	IEP n.º 72548 Chupa Cota	2	
IEP n.º 70731 Lacaya	2	2,2	IEP n.º 72356 Patascachi	4	
IEP n.º 70722 Pantihueco	2	2,2	IEP n.º 72388 Umuchi	2	
	-	-	IEP n.º 72393 Rita Poma	4	
	-	-	IEP n.º 72584 Huaranca	3	
	-	-	IEP n.º 72373 Mallcusuca	2	
Subtotal	92	100	Subtotal	97	
Total					

*Fuente:* Unidad de Estadística – UGEL El Collao y UGEL Moho, Puno, 2008.

## VI. IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES

### Variable única

#### *Conocimiento de la etnomatemática aimara*

##### Dimensiones

Organización del espacio

Números y numeración

Operaciones básicas

Fracciones y decimales

Geometría

Unidades de medida

**Tabla 59**  
**Operacionalización de variables**

VARIABLES	DIMENSIONES	SUBDIMENSIONES	INDICADORES	VALORACIÓN
Variable X Conocimiento de la etnomatemática aimara	Organización del espacio	Concepción de espacio-tiempo Términos opuestos	Diferencia las concepciones de pacha Reconoce términos aimara de uso en la organización del espacio	Excelente (17,00 -20,00)  Bueno (14,00 - 16,99)  Regular (11,00 - 13,99)  Deficiente (00- 10,99)
	Números numeración	Numeración aimara Sistema de numeración Composición de números	Reconoce la escritura en aimara de los números Identifica la numeración en la faja ( <i>wak'a</i> ) Determina el sistema de composición de la numeración aimara	
	Operaciones básicas	Adición Diferencia Multiplicación División Potenciación	Reconoce los términos de la adición Resuelve problemas con los términos de la diferencia Indica la denominación en aimara para la multiplicación Reconoce los términos de la división Lee un número elevado a la potencia	
	Fraciones y decimales	Fraciones Decimales	Lee números fraccionarios Lee números decimales	
	Geometría	Ángulos Figuras geométricas Sólidos geométricos	Reconoce la denominación de los tipos de ángulos Reconoce figuras geométricas Reconoce lo sólidos geométricos	
	Unidades de medida	Medidas de longitud Medidas de superficie Medidas de masa Medidas de volumen Medidas de tiempo	Indica las medidas de longitud desarrolladas por los aimaras Reconoce medidas de superficie empleadas por la cultura aimara Menciona una medida de masa perteneciente a los aimaras Indica el equivalente en aimara al término “metro cúbico” Menciona los días de la semana en aimara	

## VII. TÉCNICA E INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

La más adecuada y que permite recoger los datos requeridos es la encuesta, ya que se efectuaron preguntas sobre la variable “etnomatemática aimara”.

El instrumento utilizado para la recolección de datos fue la ficha de cuestionario. Rastrea el conocimiento sobre etnomatemática aimara de acuerdo a las seis dimensiones, un total de 20 reactivos con múltiples alternativas. El instrumento es una propuesta del autor, por lo que para su validez y confiabilidad se sometió a un proceso de validación con la participación de expertos en el tema.

### *A. Plan de recolección de datos*

El procedimiento para la obtención de datos es el siguiente:

1. Solicitud de autorización y actividades de coordinación ante las direcciones y especialistas de las UGEL Moho y El Collao.
2. Elaboración del instrumento de recolección de datos: ficha de cuestionario.
3. Validación del instrumento para su corrección y consolidación final, opinión de expertos.
4. Primer contacto con la población con la finalidad de motivarlos a participar en la investigación y brindarles indicaciones sobre la naturaleza e importancia del estudio.
5. Aplicación del instrumento a los docentes para la recogida de datos, cuya duración es aproximadamente 30 minutos.
6. Finalización de la aplicación del instrumento y agradecimiento.

### *B. Plan de tratamiento de datos y diseño estadístico*

Los datos obtenidos mediante la aplicación del instrumento de recolección de datos fueron tratados y sistematizados mediante la estadística descriptiva de la siguiente forma:

1. Codificación de los instrumentos de recolección de datos por grupos de estudio (del 01 al 92, y del 01 al 97) para ambos, utilizando como códigos los números naturales.
2. Codificación de los ítems o reactivos contenidos en cada uno de los instrumentos.
3. Traslado de las respuestas obtenidas de la ficha de cuestionario a la matriz o sábana de procesamiento de datos con la ayuda de una hoja cuadriculada, por UGEL.
4. Traslado de las sumatorias realizadas en la matriz al cuadro de distribución de frecuencias.
5. Organización del cuadro de distribución de frecuencias para presentar las frecuencias absolutas y porcentajes.
6. Elaboración de cuadros y gráficos a nivel de UGEL para visualizar el porcentaje de ocurrencia de la variable.
7. Comparación entre grupos estudiados para determinar el nivel de conocimiento.

### *C. Plan de análisis e interpretación de datos*

El siguiente fue el procedimiento para el análisis e interpretación de los datos obtenidos:

1. Análisis e interpretación de los datos obtenidos según cuadro de frecuencias y porcentajes.
2. Contrastación de los resultados con las hipótesis de investigación.

3. Contrastación de los resultados con los antecedentes de la investigación.
4. Contrastación de los resultados con el marco teórico.
5. Determinación de la hipótesis mediante la prueba estadística.

## VIII. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Sobre el conocimiento de la etnomatemática aimara, la investigación realizada en las provincias aimaras de El Collao y Moho, contó con la participación de 189 profesores y profesoras de aula (docentes EBI), con dominio mínimo del idioma aimara, ellos laboran en las instituciones educativas interculturales de nivel primario correspondientes a los ámbitos de las Unidades de Gestión Educativa Local de El Collao y Moho, durante el año 2008. No porque fue un estudio descriptivo deja de ser relevante, pues va más allá de la simple evaluación. Al comparar los resultados, nacen conclusiones sobre los efectos de las diversas capacitaciones, que, a través de diferentes entes e instituciones, el Ministerio de Educación y sus órganos descentralizados, han efectuado a los docentes, todo en favor de los pobladores menores (niños y niñas del sistema educativo) de estas zonas con características culturales y lingüísticas peculiares.

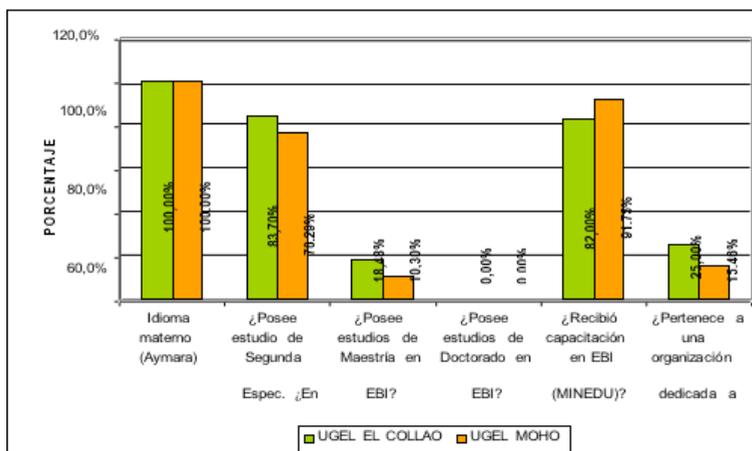
A medida que se presentan los resultados es posible advertir cuál de los grupos de estudio ha aprovechado y se ha enriquecido mejor con las periódicas intervenciones del Ministerio de Educación e identidades afines, respecto a capacitaciones o especializaciones en el enfoque de la educación intercultural. Motivos por los cuales, primero se visualizan los resultados sobre si recibieron o no capacitación y/o especialización en EBI, luego sobre el índice de noción sobre la etnomatemática, especificándose sus dimensiones: organización del espacio, números y numeración, operaciones básicas, fracciones y decimales, geometría y unidades de medida.

**Tabla 60**  
**Resultados sobre capacitación y/o especialización en**  
**educación intercultural bilingüe, en docentes de las**  
**provincias de El Collao y Moho, 2008**

INDICADORES DE CAPACITACIÓN EN EBI	UGEL EL COLLAO				UGEL MOHO			
	N.º		%		N.º		%	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
Idioma materno (Aimara)	92	00	100	00	97	00	100	00
¿Posee estudios de Segunda Especialización en EBI?	77	15	83,70	16,30	74	23	76,29	23,71
¿Posee estudios de Maestría en EBI?	17	75	18,48	81,52	10	87	10,30	89,70
¿Posee estudios de Doctorado en EBI?	00	00	00	00	00	00	00	00
¿Recibió capacitación sobre EBI (Ministerio de Educación)?	82	10	89,13	10,87	89	08	91,75	8,25
¿Pertenece a una organización dedicada a EBI?	23	69	25	75	15	82	15,46	84,54

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 44**  
**Resultados sobre capacitación y/o especialización en educación intercultural bilingüe, en docentes de las provincias de El Collao y Moho, 2008**



Fuente: Elaboración propia.

Los resultados cuantitativos precisan el porcentaje de docentes que recibieron capacitación y/o especialización en educación intercultural bilingüe de parte de las diversas entidades académicas: universidades, Ministerio de Educación, organizaciones académicas, etc., la misma que se presenta en forma detallada. Como se advierte, todos los docentes encuestados tienen dominio de la lengua materna (aimara), con lo que una población estudiada lo maneja –este instrumento estratégico para la investigación–. Por otro lado, al ser preguntados acerca de si ¿posee estudios de segunda especialización EBI?, el 83,70% de docentes de la UGEL El Collao y el 76,26% de la UGEL Moho respondieron de manera afirmativa. Con estos datos se sostiene que los profesores poseen capacidades para reconocer las necesidades educativas. Las capacitaciones, se presume, fueron recibidas en diversas instancias como el Programa de Segunda Especialización en Educación Primaria Bilingüe Intercultural de la Universidad Nacional del Altiplano, Puno, Segunda Especialización en Educación Bilingüe Intercultural de la Universidad Andina “Néstor Cáceres Velásquez” de Juliaca, Segunda Especialización en EBI de la Universidad Privada “José Carlos Mariátegui” de Moquegua con sede en Puno, entre otras, todas las anteriores son instituciones superiores que prestan este tipo de programas en la región de Puno.

Sobre si ¿poseen estudios de maestría en EBI?, el 18,48% y 10,30% de docentes de la UGEL El Collao y Moho, respondieron que sí. Con esto, se deduce que es mínimo el porcentaje de docentes que recibieron a iniciativa propia la especialidad en EBI a nivel de maestría. A diferencia de un programa de segunda especialización, la oferta de estudios de maestría en EBI es mínima en las universidades de Puno, por lo que se constituye en un factor del resultado mencionado. Un motivo conocido por el que muy pocos cursan estudios de esta índole, se debe a la oferta muy variada de menciones, tales como Administración de la educación, Educación superior, Didáctica de la matemática, Investigación y docencia, Psicología educativa, entre otros, las que tienen mayor preferencia por parte de los docentes.

A la pregunta ¿posee estudios de doctorado en EBI?, la respuesta no es unánime en ambos grupos. El factor decisivo es la ausencia de un programa doctoral que ofrezca la mención en Educación Bilingüe Intercultural o una similar. ¿Recibió capacitación ENEBI del MINEDU?, la respuesta positiva fue la más significativa. El 82% de docentes de la UGEL El Collao y el 91,75% de la UGEL Moho, manifiestan haber recibido, en algún momento, capacitación sobre educación intercultural o educación bilingüe intercultural por parte de alguna entidad del Ministerio de Educación, ya sea la misma instancia superior, la Unidad de Gestión Educativa, un organismo no gubernamental (CEPCLA, CIPRODIWIÑAY) o institución superior (universidad privada o estatal, instituto superior pedagógico), siempre bajo su política. De modo que, los docentes cuentan con capacidades, habilidades y actitudes para desempeñarse en una institución intercultural. Se puede afirmar también que los docentes de ambas UGEL tienen conocimiento sobre la matemática aimara, pues el programa de capacitación, además de contener temas sobre teoría de la educación intercultural, modelos interculturales, estrategias, lectura y escritura en aimara, producción de textos en lengua materna, enseñanza del castellano como segunda lengua, enseñanza del aimara como lengua materna, programación curricular en EBI, incluye el tema de matemática aimara y estrategias de enseñanza de la misma. Por último, a la pregunta ¿pertenece a una organización dedicada a EBI?, un 25% de docentes de la UGEL El Collao dijeron que sí, lo que ocurre solo con el 15,46% de la UGEL Moho. La interrogante se planteó con la finalidad de explorar si el docente pertenece a alguna entidad u organismo que interviene en el sector educativo, en estos lugares, me-

diante la promoción de capacitaciones, investigaciones o publicaciones sobre los temas en cuestión, pues de esta manera el docente también fortalece las capacidades requeridas. Los datos, sin embargo, indican que es mínimo el número de docentes que realizan este tipo de labor. Adicionalmente, se presenta un resultado resumen sobre si los docentes de la UGEL El Collao y Moho tienen capacitación y/o especialización, en alguna medida, en temas de educación intercultural bilingüe.

**Tabla 61**  
**Índices de capacitación**

INDICADORES DE CAPACITACIÓN EN EBI	UGEL EL COLLAO				UGEL MOHO			
	N.º		%		N.º		%	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
¿Posee estudios de Segunda Especialización en EBI?	77	15	83,70	16,30	74	23	76,29	23,71
¿Recibió capacitación sobre EBI (Ministerio de Educación)?	82	10	89,13	10,87	89	08	91,75	8,25
Promedio	80	12	86,42	13,58	82	15	84,02	15,98

*Fuente:* Elaboración propia.

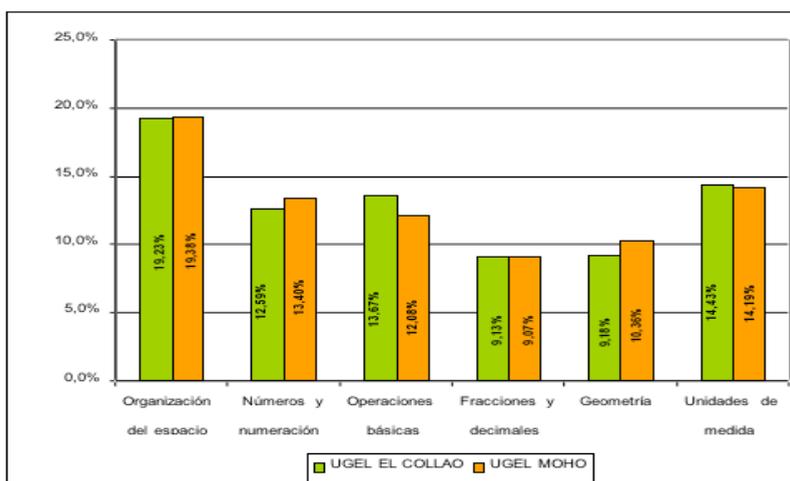
Al tomar los dos indicadores básicos la especialización en EBI y la capacitación recibida en EBI se tiene que del total de docentes un 86,42% de la UGEL el Collao y un 84,02% de la UGEL Moho recibieron estas políticas de capacitación, al ser mayoritaria la población magisterial que tiene capacitación y/o especialización en EBI.

A. Nivel de conocimiento de la etnomatemática aimara en docentes de la UGEL El Collao y Mocho del departamento de Puno

**Tabla 62**  
**Conocimiento sobre etnomatemática aimara, según dimensiones**

ANÁLISIS	REACTIVOS	EL COLLAO	MOHO	
		X	Y	
POR DIMENSIONES	Organización del espacio	19,23	19,38	
	Números y numeración	12,59	13,40	
	Operaciones básicas	13,67	12,08	
	Fracciones y decimales	9,13	9,07	
	Geometría	9,18	10,36	
	Unidades de medida	14,43	14,19	
GENERAL	Promedio	Cuantitativo	X = 13,11	X = 13,04
		Cualitativo	Regular	Regular

**Figura 45**  
**Resultados de la tabla**



Fuente: Elaboración propia.

El índice de conocimiento sobre etnomatemática aimara es *regular* tanto en los docentes de la Unidad de Gestión Educativa Local El Collao como en Moho, a la luz de que los promedios de ambos grupos llegan solamente a 13,11 y 13,04 puntos respectivamente, ubicándose en la escala cualitativa de regular; no existe una diferencia significativa. Se especifican los resultados en dimensiones (áreas), dentro de la etnomatemática aimara, el área de mayor dominio, tanto en los docentes que laboran en la UGEL El Collao como en Moho es sobre las nociones de “organización del espacio” con 19,23 y 19,38 puntos (excelente). Esto quiere decir que la capacidad de diferenciar las concepciones *pacha* (*pacha* tiempo, *pacha* tiempo histórico y *pacha* realidad cósmica), y la de manejar términos para orientarse en el espacio, como *jaya* (lejos) y *jak’a* (cerca), se encuentran desarrolladas en un excelente nivel.

El conocimiento sobre las “las unidades de medida” fue satisfactorio, puesto que, los docentes de las provincias de El Collao y Moho, tienen un promedio de 14,43 y 14,19 puntos. Esto es indicador de que poseen un nivel aceptable sobre las nociones de unidades de longitud propias del mundo aimara (*chilqi*, *kayu*, *wara*, *luk’ana*), unidades de superficie (*mäsa*, *yunta*, *iqa*, etc.), unidades de masa (*jach’i*, *phuxtu*, *q’ipi*, etc.), unidades de volumen (*ruyu*, *wakulla*, *wutilla*, etc.) y control del tiempo.

Los promedios sobre el conocimiento de “números y numeración” fueron de 12,59 y de 13,4, “operaciones básicas” con 13,67 y 12,08 puntos, reflejan que se tiene un nivel regular sobre estas dimensiones. Por ello, el manejo de los números aimaras y operaciones básicas, son una debilidad en cuanto a este saber se refiere, por lo que se espera un efecto negativo en la práctica pedagógica.

El conocimiento de “fracciones y decimales” (9,13 y 9,07) y “geometría” (9,18 y 10,36 puntos) estos muestran una deficiencia puesto que son las áreas de la matemática aimara con mayores problemas en los docentes. El factor que influye en esta precaria situación académica, se presume a que el tema de fracciones y decimales en aimara son nuevos para el magisterio puneño, debido a que recientemente el Ministerio de Educación viene acuñando términos para estas áreas. Sucede lo mismo con la geometría aimara, muchos términos no son de conocimiento pleno de los docentes, como por ejemplo, los términos cubo, pirámide, prisma, cono, triángulo, entre otros, son recientes acuñaciones del cerebro de la educación peruana.

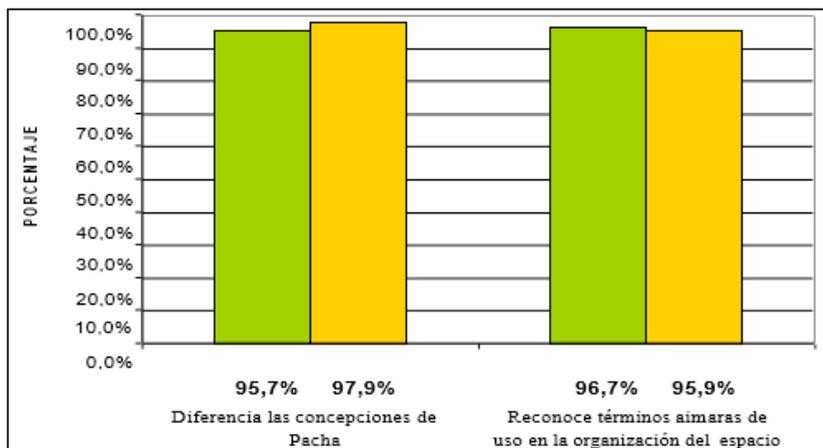
Como resumen, las fortalezas del magisterio de las provincias de Moho y El Collao están en el conocimiento sobre la organización del espacio y las unidades de medida; mientras que las debilidades están en las nociones sobre números, numeración y operaciones básicas, ahondándose en geometría, fracciones y decimales. En conclusión, la interpretación y el análisis, permiten decir que el nivel de conocimiento de la etnomatemática aimara, al considerar que a pesar de que un 86,42% de los docentes de la UGEL El Collao y un 84,02% de la UGEL Moho tienen capacitación y/o especialización en EBI, es regular en los docentes de las instituciones educativas primarias.

*B. El conocimiento sobre organización del espacio en docentes de las provincias de El Collao y Moho*

**Tabla 63**  
**El conocimiento sobre organización del espacio, según indicadores, en los docentes**

ANÁLISIS	REACTIVOS	EL COLLAO			MOHO			
		fi	%	X	fi	%	X	
POR INDICADOR	Diferencia las concepciones de pacha	88	95,7	19,13	95	97,9	19,58	
	Reconoce términos aimaras de uso en la organización del espacio	89	96,7	19,35	93	95,9	19,18	
GENERAL	Promedio	Cuantitativo	X = 19,24			X = 19,38		
		Cualitativo	Excelente			Excelente		

**Figura 46**  
**Resultados de la tabla**



Fuente: Elaboración propia.

La organización del espacio, dimensión de la etnomatemática aimara es el tema de mayor dominio, tanto de los docentes que laboran en las instituciones educativas de la Unidad de Gestión Educativa Local El Collao y Moho, en razón de que en la evaluación aplicada, obtuvieron un promedio de 19,24 y 19,38 puntos respectivamente, equivalente a *excelente* en la escala cualitativa. Esto significa que, los docentes intervenidos, tiene una buena noción sobre la concepción de *pacha* en el mundo andino-aimara, al distinguir muy bien los tres ciclos del *pacha* tiempo: *nayra pacha*, *jichha pacha* y *qhipa pacha*. En esta dimensión, no existe una diferencia significativa entre los indicadores referidos al conocimiento sobre la concepción de *pacha* y términos aimaras sobre la organización del espacio, entre ambos grupos estudiados. El indicador “diferencia las concepciones de *pacha*” fue de 19,13 y 19,58 puntos (excelente); y para “reconoce términos aimaras de uso en la organización del espacio”, 19,35 y 19,18 (excelente), notándose con claridad que no existe diferencia significativa.

La capacidad de orientarse en el espacio mediante el uso de términos aimara es una capacidad básica que se adquiere en la infancia y se desarrolla de manera paulatina durante la vida, siendo el factor que influye en esta dimensión y por ello los altos puntajes obtenidos. En resumen,

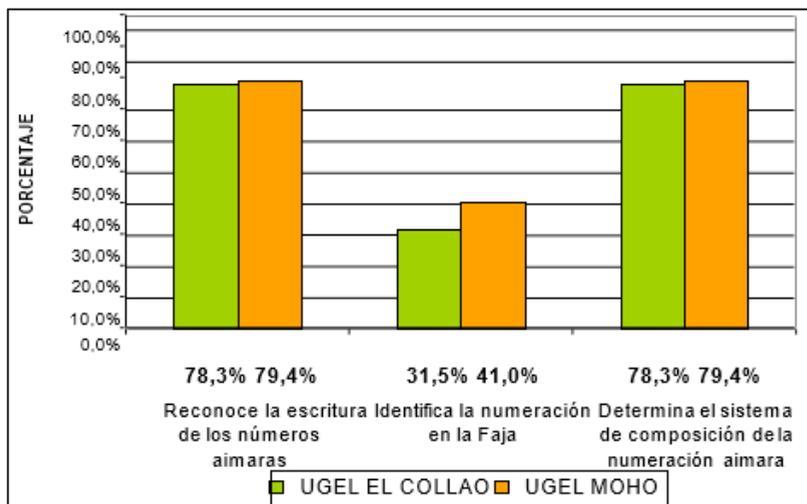
a diferencia de lo postulado en la hipótesis específica como regular, el nivel de conocimiento sobre organización del espacio es excelente.

*C. El conocimiento sobre números y numeración de la etnomatemática aimara en docentes de las provincias de El Collao y Moho*

**Tabla 64**  
**Conocimiento sobre números y numeración**

ANÁLISIS	REACTIVOS	EL COLLAO			MOHO			
		fi	%	X	fi	%	X	
POR INDICADORES	Reconoce la escritura de los números en aimara	72	78,3	15,73	77	79,4	15,96	
	Identifica la numeración en la Faja ( <i>kipu</i> )	29	31,5	6,33	40	41,0	8,28	
	Determina el sistema de composición de la numeración aimara	72	78,3	15,73	77	79,4	15,96	
GENERAL	Promedio	Cuantitativo	12,59			13,40		
		Cualitativo	Regular			Regular		

**Figura 47**  
**Resultado gráfico**



Fuente: Elaboración propia.

El nivel de conocimiento sobre números y numeración, componente de la etnomatemática aimara tanto en los docentes de la provincia de El Collao como la de Moho, disminuye de forma gradual respecto a la organización del espacio a nivel regular, donde los interrogados obtuvieron promedios de 12,59 y 13,4 puntos respectivamente, con una diferencia no significativa de 0,81. Esto quiere decir que los docentes aún presentan dificultades sobre las nociones de escritura de números, representación de números y conocimiento de sistema de numeración aimara, muy a pesar de las capacitaciones sobre estos temas. Sin embargo, conviene analizar fuera de la generalidad. Dentro de esta dimensión, el grado de dominio de los indicadores es variable. Los de mayor familiaridad al docente son el “conoce la escritura de los números en aimara” y el “determina el sistema de composición de la numeración aimara” con promedios de 15,73 - 15,96 y 15,73 - 15,96 respectivamente para ambos grupos, ubicándose cualitativamente como *bueno*; mientras que, respecto al indicador “identifica la numeración en la *faja*”, instrumento de ayuda matemática, sólo obtuvieron 6,3 y 8,2 puntos, que pertenecen a la escala cualitativa deficiente.

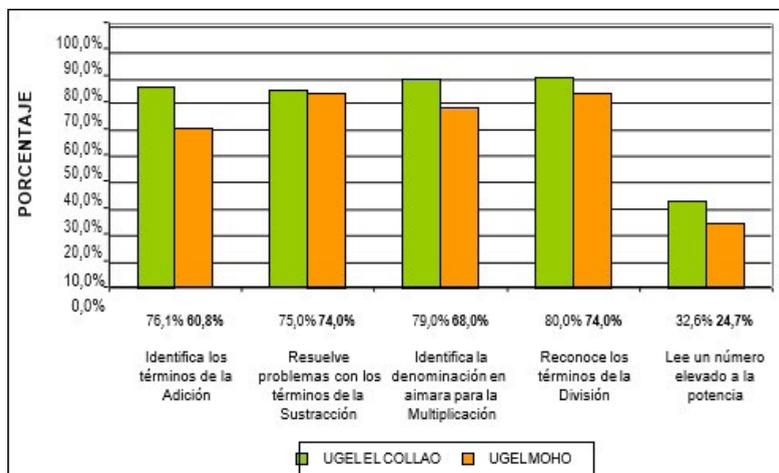
Se concluye al ratificar la hipótesis planteada, en el sentido de que el nivel de conocimiento sobre números y numeración es regular.

*D. El conocimiento sobre operaciones básicas en docentes*

**Tabla 65**  
**Nociones sobre operaciones básicas**

ANÁLISIS	REACTIVOS		EL COLLAO			MOHO		
			fi	%	X	fi	%	X
POR INDICADORES	Identifica los términos de la adición		70	76,1	15,21	59	60,8	12,16
	Resuelve problemas con los términos de la sustracción		69	75	15	72	74	14,85
	Identifica la denominación en aimara para la multiplicación		73	79	15,86	66	68	13,61
	Reconoce los términos de la división		74	80	16,08	72	74	14,85
	Lee un número elevado a la potencia		30	32,6	6,21	24	24,7	4,95
GENERAL	Promedio	Cuantitativo	13,67			12,08		
		Cualitativo	Regular			Regular		

**Figura 48**  
**Resultado anterior en gráfica**



Fuente: Elaboración propia.

A pesar de que la política de capacitación sobre el enfoque intercultural del Ministerio de Educación ha enfatizado el dominio de las operaciones básicas en aimara, hállese de adición, diferencia, multiplicación o división, los docentes de estas zonas aún muestran un nivel regular de este, pues arrojaron promedios de 13,67 y 12,08. De acuerdo a ello, los docentes tienen dificultades sobre el manejo de términos de las operaciones básicas, las denominaciones en aimara de las operaciones, realizar razonamiento operacional con el uso de estos, posiblemente porque las denominaciones no son de mucha familiaridad al docente. Por otro lado, un análisis minucioso permite percibir que de los cinco indicadores planteados en esta dimensión de la etnomatemática aimara, solo uno: “lee un número elevado a la potencia”, presenta un bajo nivel de conocimiento, teniéndose un promedio de 6,21 y 4,95 puntos (*deficiente*), situación más preocupante en la UGEL Mocho. El nivel se recupera con los indicadores “identifica los términos de la adición”, “resuelve problemas con el uso de los términos de la sustracción”, “identifica la denominación en aimara para la multiplicación” y “reconoce los términos de la división”, pues estos poseen promedios más satisfactorios entre regular y bueno.

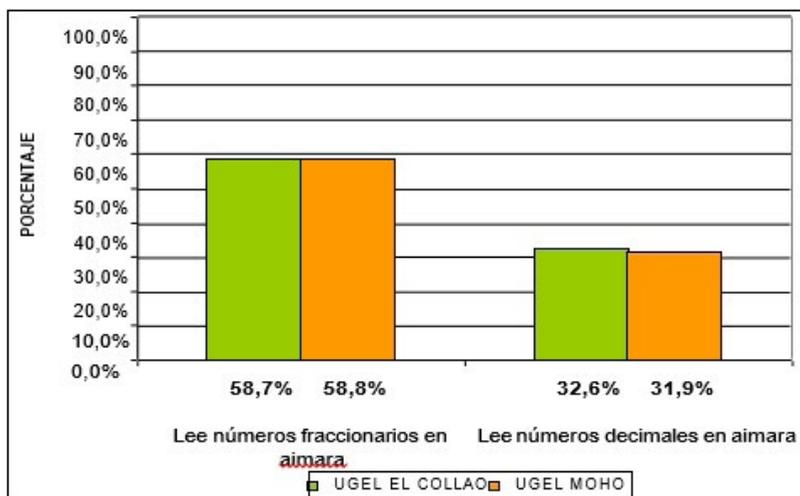
El análisis permite afirmar que efectivamente, tal como se planteó en la hipótesis, el nivel de conocimiento sobre operaciones básicas es regular en ambos casos.

*E. Conocimiento sobre fracciones y decimales en docentes*

**Tabla 66**  
**Decimales y fracciones**

ANÁLISIS	REACTIVOS	EL COLLAO			MOHO		
		fi	%	X	fi	%	X
POR INDICADORES	Lee números fraccionarios en aimara	54	58,7	11,74	57	58,8	11,75
	Lee números decimales en aimara	30	32,6	6,52	31	31,9	6,39
GENERAL	Promedio	Cuantitativo	9,13		9,07		
		Cualitativo	Deficiente		Deficiente		

**Figura 49**  
**Resultados de la tabla anterior**



Fuente: Elaboración propia.

El manejo de números fraccionarios y decimales es el aspecto o dimensión más débil en cuanto al conocimiento de la etnomatemática se refiere ya sea en los docentes de la UGEL El Collao como de Moho. El estudio realizado sobre fracciones y decimales, da como resultados promedios de 9,13 y 9,70 puntos, ubicándose de forma cualitativa dentro de una escala *deficiente*. De acuerdo a esto, dentro de las fracciones, las lecturas como *payarjaljatana mayapa* (un medio) o *kimsarujaljatana mayapa* (un tercio); y dentro de los decimales, las escrituras como *tunkachjata* (un décimo) o *patakachjata* (un centésimo), serían los puntos débiles. Estos resultados implicarían que en las aulas de estas provincias no se realice una matemática intercultural, por ende, la educación bilingüe no es realmente intercultural, sino que sería una educación intercultural a medias, si vale el término.

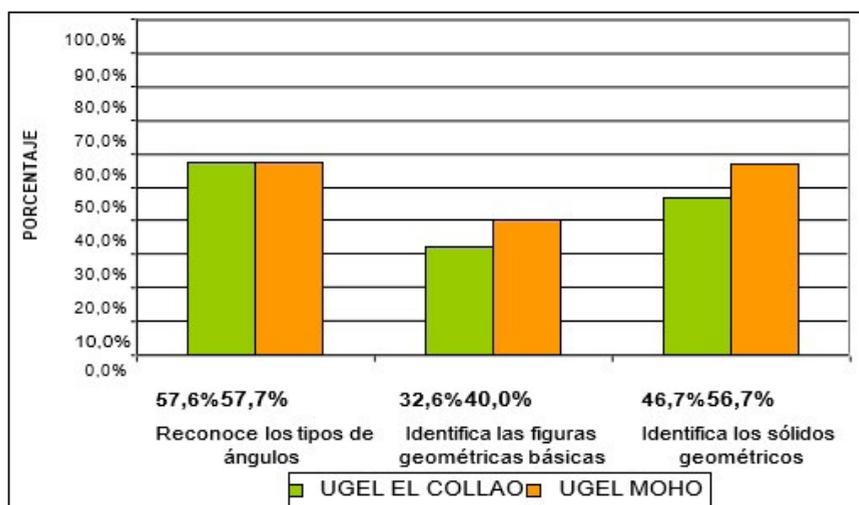
Dentro del análisis y comparación al interior de esta dimensión, se observa respecto a la capacidad de “leer números fraccionarios”, los docentes de la UGEL El Collao tienen un promedio de 11,74 y los de la UGEL Moho de 11,75 puntos, ventaja mínima a favor del segundo, ubicándose ambos en una escala regular. Sin embargo, respecto a la capacidad de “leer números decimales”, la situación se hace preocupante, pues el promedio de los docentes de la UGEL El Collao y Moho solo alcanzan 6,52 y 6,39. Así, dentro de esta dimensión, el conocimiento de los decimales es más bajo que el conocimiento sobre números fraccionarios, por tanto, se sostiene que efectivamente el nivel de conocimiento sobre fracciones y decimales es deficiente.

F. El conocimiento sobre geometría aimara

**Tabla 67**  
**Indicadores específicos**

ANÁLISIS	REACTIVOS	EL COLLAO			MOHO			
		fi	%	X	fi	%	X	
POR INDICADORES	Reconoce los tipos de ángulos	53	57,6	11,58	56	57,7	11,61	
	Identifica las figuras geométricas básicas	30	32,6	6,56	39	40	8,08	
	Identifica los sólidos geométricos	43	46,7	9,40	55	56,7	11,39	
GENERAL	Promedio	Cuantitativo	9,17			10,36		
		Cualitativo	Deficiente			Deficiente		

**Figura 50**  
**Correspondencia gráfica**



Fuente: Elaboración propia.

El nivel conocimiento de la geometría aimara, como dimensión de la etnomatemática aimara es deficiente, ya sea en los docentes de las instituciones educativas de las UGEL El Collao y Moho pues arrojan promedios de 9,17 y 10,36. Según lo cual, los docentes tuvieron problemas en cuanto a las nociones de ángulos, figuras y sólidos geométricos, sobre todo en lo que se refiere a las denominaciones en lengua amerindia de estos elementos. Aunque, un análisis interno a nivel de esta dimensión resalta las fortalezas del conocimiento de la geometría, y permite percatarnos de que el indicador “conocimiento de las figuras geométricas básicas (*muyu, mujina, pusi k’uchu y sayt’u*)” es donde se tiene el más bajo nivel en ambos grupos, con un promedio de 6,56 y 8,08 que corresponden a una escala *deficiente*.

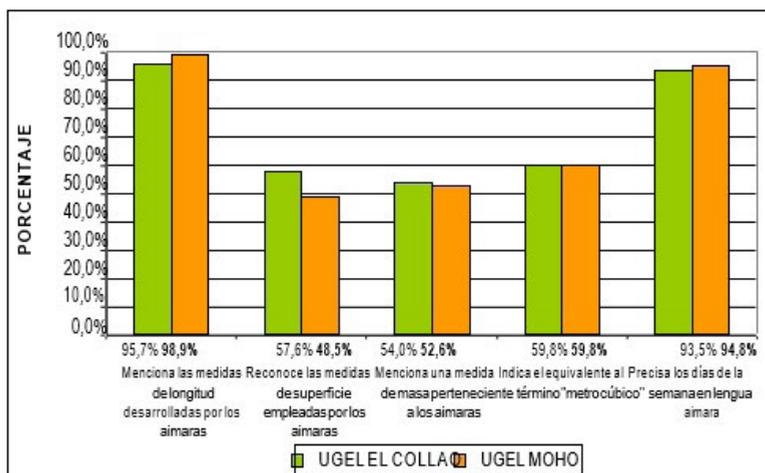
El indicador sobre “conocimiento de los tipos de ángulos” muestra un nivel regular, al tener 11,58 y 11,61 puntos de promedio. A diferencia del anterior, en el indicador sobre el nivel de “conocimiento de sólidos geométricos”, los docentes de la UGEL Moho superan, aunque no de forma significativa (1,99 puntos), a los docentes de la UGEL El Collao. El análisis de esta dimensión permite sostener que, a diferencia de lo postulado en teoría como regular, los resultados indican que el nivel de conocimiento sobre geometría es deficiente en ambos lugares.

G. Conocimiento sobre unidades de medida

**Tabla 68**  
**Indicadores de valor**

ANÁLISIS	REACTIVOS	EL COLLAO			MOHO			
		fi	%	X	fi	%	X	
POR INDICADORES	Menciona las medidas de longitud desarrolladas por los aimaras	88	95,7	19,13	96	98,9	19,79	
	Reconoce las medidas de superficie empleadas por los aimaras	53	57,6	11,52	47	48,5	9,69	
	Menciona una medida de masa perteneciente a los aimaras	50	54,0	10,86	51	52,6	10,52	
	Indica el equivalente al término "metro cúbico".	55	59,8	11,95	58	59,8	11,97	
	Precisa los días de la semana en lengua aimara	86	93,5	18,69	92	94,8	18,97	
GENERAL	Promedio	Cuantitativo	X = 14,43			X = 14,19		
		Cualitativo	Bueno			Bueno		

**Figura 51**  
**Distribución gráfica**



Fuente: Elaboración propia.

Otro aspecto de mayor dominio por parte de los docentes, tanto de la provincia El Collao como la de Moho, es el conocimiento sobre las unidades de medida, porque de acuerdo a los resultados, existe un buen nivel de conocimiento sobre longitud, superficie, masa, volumen y tiempo en ambos grupos de estudio, sus valores fueron de 14,43 y 14,19 puntos (*bueno*), con una pequeña diferencia de 0,24 a favor de los docentes de la provincia de El Collao. Así, el conocimiento de las medidas de longitud, superficie, masa, volumen y tiempo, son las fortalezas de estos docentes. No obstante, un análisis minucioso, permite advertir que no en todos los aspectos de esta dimensión existen fortalezas, por ello, el conocimiento sobre medidas de longitud (*luqa, wiku, kayu, luk'ana*, etc.) y tiempo son las áreas de mayor dominio de los docentes de ambas UGEL, cuyo valor fue de 19,13 - 19,79 y 18,69 - 18,97 puntos (*excelente* en ambos casos). Desde el ángulo complementario, el nivel de conocimiento sobre las medidas de superficie (*yunta, masa, iqa*) es regular en el grupo de docentes de la UGEL El Collao y deficiente en los docentes de Moho, al tenerse promedios de 11,52 y 9,69. El conocimiento sobre las medidas de masa es deficiente en ambos grupos, ya que se tienen promedios de 10,86 y 10,52 puntos. De igual manera, los docentes de ambas UGEL muestran un nivel regular de conocimiento sobre medidas del tiempo, sobre todo en lo que se refiere a los días de la semana, aunque se advierte el nivel de conocimiento sobre unidades de medida es bueno.

## CONCLUSIONES

1. El nivel de conocimiento de la etnomatemática aimara, al considerar que el 83,70% de docentes de la UGEL El Collao y el 76,29% de la UGEL Moho realizó estudios de segunda especialización en educación intercultural bilingüe a iniciativa propia y, que el 89,13% de docentes de la UGEL El Collao y el 91,75% de la UGEL Moho recibió capacitación en EBI por parte de los entes e instituciones capacitadores del Ministerio de Educación del Perú, es regular tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de la provincia de El Collao como la de Moho, en el año 2008, esto a la luz de los promedios cuantitativos que son 13,11 y 13,04 puntos respectivamente, y de la prueba de hipótesis donde  $Z_c = 0,167 < Z_t = 1,96$ , que acepta la hipótesis nula y rechaza al hipótesis alterna.

2. El nivel de conocimiento sobre organización del espacio a diferencia de lo postulado en la hipótesis, es *excelente* tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de El Collao y de Moho, pues se tienen promedios de 19,24 y 19,38 puntos respectivamente.
3. El nivel de conocimiento sobre números y numeración es *regular* tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de la provincia de El Collao como la de Moho, al tener promedios de 12,59 y 13,40, con una diferencia de 0,81 puntos a favor del segundo.
4. El nivel de conocimiento sobre operaciones básicas es *regular* tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de El Collao y Moho, con promedios de 13,67 y 12,08 puntos y una diferencia de 1,59 puntos a favor del primero.
5. El nivel de conocimiento sobre fracciones y decimales es *deficiente* tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de la provincia de El Collao como de Moho, de acuerdo a los promedios de 9,13 y 9,07 puntos respectivamente.
6. El nivel de conocimiento sobre geometría, a diferencia de lo postulado en la hipótesis como regular, es *deficiente* tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de las provincias de El Collao y de Moho, tal como lo indican los promedios de 9,17 y 10,36 puntos.
7. El nivel de conocimiento sobre unidades de medida, a diferencia de lo postulado como regular, es *bueno* tanto en los docentes de las instituciones educativas primarias interculturales de la provincia de El Collao como de Moho, promediando 14,43 y 14,19 puntos respectivamente.

## RECOMENDACIONES

El estudio, para cumplir con uno de sus últimos propósitos, producto de los resultados, genera las siguientes sugerencias:

1. Al Ministerio de Educación del Perú, y mediante éste a sus órganos intermedios y, en particular a la Dirección Regional de Educación de Puno, enfatizar las capacitaciones sobre los aspectos aun débiles y blandos del conocimiento sobre matemática aimara dentro del enfoque de la educación intercultural como el conocimiento sobre los números y numeración en aimara (numeración en auxiliares matemáticos, *wak'a*), operaciones básicas (ejercicios con potenciación), fracciones y decimales, geometría (ángulos, figuras y sólidos geométricos) y unidades de medida (superficie, masa y volumen), puesto que el manejo satisfactorio de estos conocimientos de la cultura propia del niño, son esenciales para una educación, matemática y praxis intercultural.
2. A los investigadores, de instituciones educativas o no, particulares o privadas, ahondar las investigaciones sobre los efectos de la educación intercultural en el Perú, y de manera particular en el departamento de Puno. Es necesario investigar sobre los factores que influyen en estos bajos niveles de conocimiento de la etnomatemática aimara, así como las actitudes de los docentes frente a la enseñanza de ésta área del saber.

## **CAPÍTULO QUINTO**

### **HACIA UNA REVALORIZACIÓN DEL ETNOCONOCIMIENTO**

Al igual que muchos tantos países latinoamericanos, Perú sufrió y continúa luego de varios años, lidiando con los efectos adversos y de desarraigo que un acto tan violento como el de la Conquista española trajo consigo. No se trata nada más de costos o riquezas arquitectónicas ni de piezas de arte, es la historia humana la parte más dañada, son las resonancias en los individuos que se han pasado de generación en generación hasta formar una serie de problemas de índole social y cultural, donde el racismo es el más peligroso y corrosivo.

A primera vista enunciar este hecho podría verse como una exageración, pero el transcurrir de la vida diaria demuestra lo contrario. Violencia y exclusión son marcas constantes entre las personas, a esto se suma la política centrista del Estado, que deja desprotegida y, por ende, en gran desventaja a todas las otras periferias. Si bien al unísono es imposible solucionar esta problemática, resulta elemental comenzar a edificar una base, un cimiento estable a modo de soporte, que es nada menos que la identidad. Es vital dar inicio a una educación integral, respetuosa con los presaberes y conocimientos amerindios, para producir un diálogo entre lo ancestral, la tradición con el conocimiento actual y moderno, pero sin caer en actos de menosprecio ni fomentar posturas dogmáticas.

La cultura andina y la aimara en el periodo en que se desarrollaron tuvieron la capacidad y ciencia suficiente para articular una gran variedad de manifestaciones en muchas áreas gnoseológicas, desde el arte hasta la ingeniería. De tal manera, sin la literatura quechua y aimara no se podrían haber generado nuevos conocimientos en pro de la creación de modelos y categorías analíticas que permitan interpretar con mayor precisión los textos de la literatura nacional, caso similar es el de la matemática en su perspectiva étnica, ya que confluyen los

presupuestos universales con el andino, así, ambos se complementan e inducen hacia la formación de nuevos puntos de vista. Por motivos como estos, se sugiere dar pie a la divulgación de los descubrimientos y planteamientos realizados por las dos culturas, hay que dar inicio a un programa de etnoconocimiento.

Con ello, se aboga por una investigación de recuperación informativa y científica de los diversos aportes que los quechuas y aimaras produjeron durante su etapa de plenitud, luego de almacenarlos se les debe contrastar con las especialidades correspondientes, de forma que se construya un puente entre ellos. En consecuencia, actualizar lo conocido y crear nuevos proyectos, abordajes en favor de la ciencia y la humanidad.

## BIBLIOGRAFÍA

- ARIAS MEJÍA, PEDRO PASCUAL. "Aprendizaje de la matemática por niños aimarófonos en el proyecto de educación bilingüe" (tesis de maestría), Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, 1990.
- ARIAS MEJÍA, PEDRO PASCUAL. *Etnomatemática en la escuela primaria*, Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, Edit. Titicaca FCEDUC, 2005.
- ARIAS MEJÍA, PEDRO PASCUAL. *Efecto de la educación bilingüe intercultural en el aprendizaje de la matemática de los niños aimarahablantes de la provincia de Moho en el departamento de Puno*, Lima, Asamblea Nacional de Rectores, 2006.
- ARROYO GONZÁLEZ, MARÍA JOSÉ. "La educación intercultural: un camino hacia la inclusión educativa", en *Revista de Educación Inclusiva*, vol. 6, n.º 2, 2013, pp. 144 a 159, disponible en: [<https://revistaeducacioninclusiva.es/index.php/REI/article/view/186/180>].
- ASOCIACIÓN FONDO DE INVESTIGADORES Y EDITORES –ADUNI–. *Razonamiento matemático*, 2.ª ed., Lima, Lumbreras Editores, 2003.
- ASOCIACIÓN SOLARIS PERÚ. *Juegos populares en la práctica pedagógica*, Lima, Diseño Gráfico Intervida, 2004.
- BERTONIO, LUDOVICO. *Transcripción del vocabulario de la lengua aymara: 1612*, Bolivia, Radio San Gabriel, Instituto Radiofónico de Promoción Aymara, 1993.
- BESALÚ, XAVIER. *Diversidad cultural y educación*, Madrid, Síntesis, 2002.
- BÜTTNER, THOMAS TH. y DIONISIO CONDORI CRUZ. *Diccionario aymara - castellano: Proyecto experimental de educación bilingüe*, Puno, Perú, INIDE - GTZ, 1984.
- BURNS GLYNN, WILLIAM. *Legado de los amautas: la escritura perdida de los incas, la tabla de cálculo de los Incas, el Kipu, el tiempo en el Antiguo Peru*, Lima, Editora Ital, 1990.

*El valor de la formación en etnomatemática aimara para docentes en Puno, Perú*

- CARE PERÚ. *Nueva Educación Bilingüe Multicultural en los Andes –EDUBIMA–. Una experiencia de construcción curricular participativa Azángaro-Puno*, Lima, CARE, 2007, disponible en: [[https://centroderecursos.cultura.pe/sites/default/files/rb/pdf/Nueva\\_educacion\\_bilingue\\_multicultural\\_en\\_los\\_Andes.pdf](https://centroderecursos.cultura.pe/sites/default/files/rb/pdf/Nueva_educacion_bilingue_multicultural_en_los_Andes.pdf)].
- CORTÁZAR, PEDRO FELIPE. *Documental del Perú: Enciclopedia nacional básica*, vol. XXI, Barcelona, Ediciones Océano, 1988.
- CHUKIWANKA, INKA WASKAR. *Eqeqa*, 2.ª ed., La Paz, Bolivia, 2005.
- D'AMBROSIO, UBIRATÀN. *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad*, Madrid, Ediciones Díaz de Santos, 2013.
- DEZA GALINDO, JUAN FRANCISCO. *Nuevo diccionario aimara-castellano, castellano-aymara*, Perú, Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología Concytec, 1989.
- DIETSCHY-SCHWEITERLE, ANNETTE; SABINO HINOJOSA y TERESA VALIENTE CATTER. *Jakawisata: Guía metodológica para el desarrollo de las asignaturas de Ciencias Naturales y Ciencias Histórico Sociales en el segundo grado de educación primaria bilingüe aimara*, Lima, MINEDU, 1986.
- FASCE, JORGE y ROLANDO MARTIÑÁ. *Cómo enseñar matemática en la escuela primaria*, Argentina, Impresiones Avellaneda, 1994.
- FERNÁNDEZ LANCHO, MANASSKS. *Escritura incaica*, Lima, Universidad Nacional Federico Villarreal, 2001.
- FRANCO INOJOSA, MARIO. *Arte de la lengua Aymara: Gramática y vocabulario compuesto por el padre Diego de Torres Rubio*, Lima, Edit. Lyrsa, 1967.
- GALLEGO, SATURNINO. *Satuku Jilata. K'isimira 2. Vocabulario temático aimara*, La Paz, Bolivia, Edit. Bruño - Hisbol, 1994.
- GARCÍA LLAMAS, JOSÉ LUIS. "Educación intercultural: Análisis y propuestas", en *Revista de Educación*, n.º 336, 2005, pp. 89 a 109, disponible en: [<http://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:34538129-b439-44f3-8fce-9a1db7844ebc/re33606-pdf.pdf>].
- GISBERT, TERESA; SILVIA ARZE y MARTHA CARÍA. *Arte textil y mundo andino*, 3.a ed., La Paz, Bolivia, Plural Editores, 2006.
- GÓMEZ BACARREZA, DONATO. *Diccionario aimara*, 2.ª ed., La Paz, Imprenta del Instituto de Estudios Bolivianos, 2004.
- GRILLO ANNUNZIATA, MÁXIMO. *La ciencia y tecnología incaica*, Lima, Juan Gutemberg Editores Impresores, 2001.

- LANGE LOMA, GUILLERMO. *El mensaje secreto de los símbolos de Tiahuanaco y del lago Titicaca*, Cochabamba, Bolivia, Talleres Gráficos KIPUS, 2004.
- LAYME PAIRUMANI, FÉLIX. *Diccionario bilingüe Aymara - Castellano*, 3.<sup>a</sup> ed., La Paz, Bolivia, Consejo Educativo Aymara, 2004.
- LLANQUE CHANA, DOMINGO. *La cultura aymara: Desestructuración o afirmación de identidad*, Lima, Idea - Tarea, 1990.
- MAMANI, B. "Relación entre el conocimiento de la etnomatemática y la comprensión matemática en los estudiantes de la IES Agro Pesquero Mariano Melgar Valdivieso" (tesis de licenciatura), Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, 2008.
- MAMANI, HENRY MARK. *Etnomatemática aimara: Términos y conceptos matemáticos aimaras*, informe de investigación presentado a la Oficina Universitaria de Investigación, Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, 2008.
- MAMANI COAQUIRA, LEONCIO FELIPE. "Actitudes frente a la educación bilingüe intercultural en las Instituciones Educativas del ámbito de la UGEL Huancané (tesis de maestría)", Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, 2007, disponible en: [<http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/696>].
- MARAZA, B. y J. CONDORI. *Estrategias de enseñanza - aprendizaje de la lengua aimara y quechua*, Puno, Perú, Edit. Titicaca, 2005.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CULTURA DE BOLIVIA. *Normalización del lenguaje pedagógico para las lenguas andinas: taller regional, Santa Cruz de la Sierra, Bolivia, 23 al 27 de octubre de 1989: informe final*, La paz, Bolivia, MEC, 1989.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CULTURA DE BOLIVIA. *Guía didáctica de matemática para el primer ciclo de educación primaria*, La Paz, Bolivia, MEC, 1998.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CULTURA DE BOLIVIA y UNICEF. *Vocabulario pedagógico aimara*, Bolivia, Edit. Focet Boliviana, 1993.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL PERÚ. *Vocabulario polígloa incaico: quechua, aimara, castellano*, 2.<sup>a</sup> ed., Lima, MINEDU, 1998.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL PERÚ. *Diseño curricular nacional de la educación básica regular*, Lima, MINEDU, 2005, disponible en: [<http://www.minedu.gob.pe/normatividad/reglamentos/DisenoCurricularNacional.pdf>].
- PACHECO RÍOS, OSCAR. *CO50: Ethnogeometria*, disponible en: [<http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/CO50.html>].

*El valor de la formación en etnomatemática aimara para docentes en Puno, Perú*

- PADRA, CLAUDIO. "Algunos aspectos de la prehistoria de la matemática", en *Desde la Patagonia, Difundiendo Saberes*, vol. 1, n.º 1, 2004, disponible en: [[https://desdelapatagonia.uncoma.edu.ar/wp-content/uploads/2018/12/7.-Revista-N1\\_Padra.pdf](https://desdelapatagonia.uncoma.edu.ar/wp-content/uploads/2018/12/7.-Revista-N1_Padra.pdf)].
- PALAO BERASTAÍN, JUAN. *Etnohistoria del altiplano de Puno*, Puno, Perú: CARE y Dirección Regional Ministerio de Educación, 2005.
- PALOMINO DÍAZ, JULIO. *Intiwatanas y números*, Municipalidad de Qosqo, Cusco, Perú, Mercantil, 1994.
- PARRA SÁNCHEZ, ALDO IVÁN. "Acercamiento a la etnomatemática" (tesis de pregrado), Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 2003, disponible en: [<http://etnomatematica.org/trabgrado/acercamientoalaetnomatematica.pdf>].
- PILARES CASAS, GUIDO ALFREDO. "Los sistemas numéricos de las culturas del Perú" (tesis de maestría), Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, 2007, disponible en: [<http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/711>].
- RODRÍGUEZ, BEATRIZ. *Teorema de Pitágoras*, disponible en: [[http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es\\_2013121113\\_9155844/teorema\\_de\\_pitgoras.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es_2013121113_9155844/teorema_de_pitgoras.html)].
- SAAVEDRA SALAS, HOLGER y MARTHA ROSA VILLAVICENCIO UBILLÚS. *Hacia la estandarización de vocablos quechuas en matemática*, Perú, 1990.
- SCHROEDER, JOACHIM. *Matemática andina*, Perú, Asociación Gráfica Educativa, 2001.
- SIERRA VALDIVIA, HUGO. *Etnomatemática andina*, Lima, MINEDU, 2011.
- SUÁREZ DE FIGUEROA, GÓMEZ, *Inca Garcilaso de la Vega. Comentarios reales de los incas*, antología de HÉCTOR LÓPEZ MARTÍNEZ, Lima, Empresa Editora El Comercio, 2005.
- TRAPNELL, LUCY y ELOY NEIRA. *Situación de la educación intercultural bilingüe en el Perú*, Lima, Banco Mundial y PROEIB, 2004.
- UNIVERSIDAD DE SAN MARTÍN DE PORRES. *Sabías que: el Perú y sus secretos*, Lima, Perú, La República.
- VALDIVIEZO, LAURA ALICIA y LUIS MARTÍN VALDIVIEZO ARISTA. "Política y práctica de la interculturalidad en la educación peruana: Análisis y propuestas", en *Revista Iberoamericana de Educación*, vol. 45, n.º 1, 2008, pp. 1 a 25, disponible en: [<https://rieoei.org/historico/deloslectores/2088Valdiviezo.pdf>].
- VAN DEN BERG, HANS y NORBERT SCHIFFERS (comps). *La cosmovisión aymara*, La Paz, Bolivia, Talleres Gráficos Hisbol, 1992, disponible en: [<https://www.bivica.org/files/cosmovision-aymara.pdf>].

VILLAVICENCIO UBILLÚS, MARTHA ROSA. *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas y geométricas en las comunidades rurales de Puno*, Lima – Puno, Ministerio de Educación, 1983.

VILLAVICENCIO UBILLÚS, MARTHA ROSA. *La matemática en la escuela bilingüe: El caso de Puno*, Puno, Perú, Programa de Educación Bilingüe, 1990.

YUCRA YUCRA, FRANCISCA ELENA. “Los conocimientos etnomatemáticos y etnolingüísticos como herencia cultural de los aimaras del distrito de Pomata - Puno” (tesis de maestría), Puno, Perú, Universidad Nacional del Altiplano, 2006, disponible en: [<http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/710>].

ZARIQUIEY, ROBERTO (ed). *Actas del v Congreso Latinoamericano de Educación Intercultural Bilingüe “Realidad multilingüe y desafío intercultural: ciudadanía, política y educación”*, Lima, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2003.



## LOS AUTORES

**HENRY MARK VILCA APAZA**

[henryvilcapaza@gmail.com](mailto:henryvilcapaza@gmail.com)

Nacido en el distrito aymara de Pilcuyo, El Collao, Puno. Ingeniero civil, abogado y licenciado en Educación. Máster en Gestión del Desarrollo con Identidad (Colombia - Nicaragua) y Doctor en Ciencias de la Educación. Premio ANR (hoy SUNEDU) con la Medalla El Sol en el IV Concurso Nacional del Libro Universitario - 2009, por la investigación "Etnomatemática Aymara" (publicado en *50 Libros Clásicos de Puno*) y Premio Nacional de Educación "Horacio 2010" con el ensayo "Grandes maestros y sus experiencias educativas en Puno (siglo XX)". Medalla de Oro Lago Sagrado de los Incas como personalidad destacada de la región Puno, en el 2012, por la UNA Puno. Investigador Concytec (Código Renacyt: P0069077)

**FREDY SOSA GUTIÉRREZ**

[fredy.sosa1995@hotmail.com](mailto:fredy.sosa1995@hotmail.com)

Originario de la cultura aimara, nació en la comunidad de Perka en 1978. Realizó sus estudios primarios en la Institución Educativa 70001 Almirante Miguel Grau, el colegio en la Gran Unidad Escolar San Carlos, los estudios superiores, pregrado, maestría y el doctorado en la Universidad Nacional del Altiplano. Difusor de la educación, la cultura, la interculturalidad y su lengua materna. Actualmente desarrolla la cátedra en la Facultad de Ciencias de la Educación de su alma mater.

**LALO VÁSQUEZ MACHICAO**

[lalo.vasquez.machicao@hotmail.com](mailto:lalo.vasquez.machicao@hotmail.com)

Nacido en 1976, es un destacado docente universitario e investigador de nuevas tecnologías de la información y comunicación. En su vida académica ocupó el 1.<sup>er</sup> puesto en Educación Ciencias, especialidad de Físico Matemáticas durante el pregrado realizado en la Universidad Nacional del Altiplano. Obtuvo el grado de Magíster Scientiae en Educación y concluyó sus estudios doctorales en la misma Universidad. Ha publicado importantes libros en su línea de investigación: *Medios y materiales educativos* (2012), *TIC para la enseñanza de la física. Antología* (2012); trabajó en diversos programas de capacitación e inducción del MINEDU, se desempeñó también como administrador de plataformas virtuales.



Editado por el Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–,  
en agosto de 2020

Se compuso en caracteres Cambria de 12 y 9 pts.

Bogotá, Colombia